



БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
Институт по физика на твърдото тяло
„Акад. Георги Наджаков“



Боян Тонев Торосов

**КВАНТОВ КОНТРОЛ С ПРИЛОЖЕНИЯ
В КВАНТОВИТЕ ТЕХНОЛОГИИ**

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за присъждане на научната степен „Доктор на науките“

Направление: Физически науки

Специалност: Лазерна физика, физика на атомите,
молекулите и плазмата и физика на вълновите процеси

Рецензенти:

1. проф. дфн Хассан Шамати
2. проф. дфн Александър Драйшу
3. доц. д-р Наум Карчев

София, 2026

Дисертацията се състои от 166 страници, 73 фигури, 16 таблици и 183 цитирани литературни източника. Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Общонаучен семинар на Институт по физика на твърдото тяло „Акад. Георги Наджаков” – БАН, състоял се на 12.02.2026 година.
<http://www.issp.bas.bg>
ISSP-BAS-2026-DSci007

Защитата на дисертационния труд ще се състои на 19.06.2026 от 11:00 часа в зала 300 на Институт по физика на твърдото тяло „Акад. Г. Наджаков” – БАН, бул. „Цариградско шосе” 72, пред научно жури в състав:

1. проф. дфн Хассан Шамати
2. проф. дфн Александър Александров Драйшу
3. доц. д-р Наум Иванов Карчев
4. проф. дфн Кирил Борисов Благоев
5. проф. дфн Асен Енев Пашов
6. проф. д-р Георги Василев Ангелов
7. доц. дфн Андон Ангелов Рангелов

Съдържание

1	Въведение в квантовия контрол	4
1.1	Уравнение на Шрьодингер	4
1.2	Точно решими модели	4
1.3	Композитни импулси	4
1.4	Неермитови Хамилтониани	5
1.5	Структура на дисертацията	5
2	Композитни импулси	6
2.1	Кохерентен контрол на квантов преход чрез скок във фазата	6
2.1.1	Въведение	6
2.1.2	Модел на Демков-Кунике с фазов скок	7
2.1.3	Частни случаи	8
2.1.4	Адиабатно решение	11
2.2	Гладки композитни импулси и високоточен композитен адиабатен преход	13
2.2.1	Въведение	13
2.2.2	Пропагатор	14
2.2.3	Профили на възбуждане	15
2.2.4	Частични- π импулси	16
2.2.5	Композитни импулси с компенсация на детюнинга	16
2.2.6	Площ на импулса и детюнинг	17
2.2.7	Композитен адиабатен преход	18
2.2.8	Заклучение	21
2.3	Композитни импулси за ултра-широколентово и ултра-тяснолентово възбуждане	22
2.3.1	Въведение	22
2.3.2	Стандартни композитни импулси	23
2.3.3	Ултра-широколентови композитни импулси	23
2.3.4	Ултра-тяснолентови композитни импулси	27
2.4	Композитни импулсни поредици за променливи ротации върху сферата на Блох	28
2.4.1	Първични композитни θ импулси	28
2.4.2	Композитни полу- π импулси	38
2.4.3	Сравнение със съществуващи θ импулси	40
2.4.4	Коментари и заключение	41
3	Композитни импулси в системи с повече състояния	45
3.1	Композитен стимулиран Раманов адиабатен преход	45
3.1.1	Резонансен STIRAP	45
3.1.2	Нерезонансен STIRAP	47
3.2	Устойчиво композитно отражение на Хаусхолдър	47
3.2.1	Отражение на Хаусхолдър	48
3.2.2	Композитно отражение на Хаусхолдър	48
3.3	Високоточни композитни квантови гейтове за Раманови кубити	49
3.3.1	Трансформация на Морис-Шор (MS)	50
3.3.2	Разлагане на Майорана	50
3.3.3	X гейт	50

3.3.4	Гейт на Адамар	51
3.3.5	Ротационен гейт	51
3.3.6	Фазов гейт	52
4	Експериментална демонстрация на композитни импулси на квантови компютри на IBM	54
4.1	Въведение във физиката на трансмона	54
4.2	Експериментална демонстрация на композитни импулси	56
4.2.1	Описание на експеримента	56
4.2.2	Композитни импулси за пълен пренос на заселеност	57
4.2.3	Тета импулси	61
4.2.4	Допълнение: Фази на BB, NB и PB θ композитни импулси	62
5	Неермитов квантов контрол	64
5.1	Неермитов пряк път към адиабатност	64
5.1.1	Адиабатен преход в система с две състояния	64
5.1.2	Неермитови преки пътища	64
5.2	Неермитов пряк път към стимулиран Раманов адиабатен преход	66
5.2.1	Теория на STIRAP в Ермитова система	66
5.2.2	Неермитов пряк път	66
5.2.3	Примери	67
5.2.4	Заклучение и дискусия	67
5.3	Псевдоермитов модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана	67
5.3.1	Модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана	68
5.3.2	Дискусия и заключение	69
6	Квантов контрол в хирални молекули	70
6.1	Ефективно и устойчиво хирално разделяне чрез композитни импулси	70
6.1.1	Три единични импулса	70
6.1.2	Устойчиво хирално разделяне чрез композитни импулси	73
6.2	Хирално разделяне чрез композитни Раманови импулси	77
6.2.1	Описание на метода	77
6.2.2	Оптимизация чрез композитни импулси	80
6.2.3	Реализация с композитни последователности с променлива ротация	82
7	Заклучение	85

Глава 1

Въведение в квантовия контрол

1.1 Уравнение на Шрьодингер

Коherentно управляваната квантова система с две нива е фундаментална парадигма в квантовата физика и често служи за ефективен модел дори при по-сложна динамика в системи с много нива. Еволюцията на системата се описва от зависещото от времето уравнение на Шрьодингер. В удобно матрично представяне и в рамките на приближението на въртящата се вълна (RWA) [1], то има вида:

$$i \frac{d}{dt} \mathbf{c}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta(t) & \Omega(t) \\ \Omega^*(t) & \Delta(t) \end{pmatrix} \mathbf{c}(t), \quad (1.1)$$

където $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t)]^T$ е векторът на вероятностните амплитуди. Динамиката се управлява от честотата на Раби $\Omega(t)$, която представлява взаимодействието с външното поле, и от честотната разлика (детюнинг) $\Delta(t)$. Еволюцията формално се описва с матрица на еволюцията (пропагатор) $U(t_f, t_i)$. При точен резонанс ($\Delta = 0$), когато честотата на управляващото поле е равна на честотата на Бор за прехода, уравнението на Шрьодингер се решава точно за всяка времева зависимост на взаимодействието $\Omega(t)$ (честота на Раби), като вероятността за преход P зависи единствено от площта на импулса $A = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(t) dt$: $P = \sin^2(A/2)$. От особена полза са π -импулсите ($A = \pi$ или нечетно кратно на π), които предизвикват пълна инверсия на заселеностите (CPI) между двете състояния, 2π -импулсите ($A = 2\pi$ или четно кратно на π), които предизвикват пълно връщане към началното състояние (CPR), и полу- π -импулсите ($A = \pi/2$ или полуцяло кратно на π), които създават равна коherentна суперпозиция на двете състояния. Нерезонансната динамика обаче е значително по-сложна.

1.2 Точно решими модели

Няколко точно решими нерезонансни модела (напр. на Раби, Ландау-Зенер, Розен-Зенер) предоставят безценна информация за квантовата динамика, като предлагат аналитични решения за специфични времеви зависимости на $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$. Когато точни решения не са налични, приближени методи като адиабатното приближение са от решаващо значение. Адиабатната еволюция, и в частност бързият адиабатен преход (RAP), е мощна техника за постигане на пълна и устойчива инверсия на заселеностите. Тези аналитични решения, били те точни или приближени, предоставят рецепти за контрол на еволюцията на квантовата система.

1.3 Композитни импулси

Единичните импулси често са чувствителни към експериментални несъвършенства в параметри като площ на импулса и детюнинг. Техниката на *композитните импулси*, произлизаща от ЯМР, решава този проблем, като заменя единичен импулс с поредица от импулси с прецизно подбрани относителни фази. Тези фази служат като контролни параметри, за да направят цялостната квантова операция устойчива на грешки, създавайки желан профил на възбуждане, като например *широколентови* (устойчиви на вариации в площта), *тяснолентови* (високо селективни) или *правобгълни* импулси. В дисертацията е отделено значително внимание на теорията и приложението на композитните импулси, включително разработването на поредици с

гладки времеви профили (Глава 2) и тяхното разширяване към системи с много нива и устойчиви на грешки квантови гейтове (Глава 3).

1.4 Неермитови Хамилтониани

Макар че квантовата механика традиционно използва Ермитови оператори, за да гарантира реални енергии и запазване на вероятността, неермитовите Хамилтониани могат ефективно да описват отворени квантови системи, включващи добив и загуби. Умишленото проектиране на такива неермитови членове предлага нов механизъм за контрол. Централна тема на тази дисертация (Глава 5) е концепцията за *неермитов пряк път към адиабатност*. Конвенционалният адиабатен преход изисква бавна еволюция, за да се избегнат грешки. Показвано е, че добавянето на специално подбран имагинерен член към Хамилтониана може напълно да компенсира неадиабатното свързване, което позволява перфектен пренос на заселеност с произволно висока скорост, без да са необходими по-силни контролни полета. Тази глава изследва как подобни модели могат да постигнат точност на контрола, недостижима в чисто Ермитови системи.

1.5 Структура на дисертацията

Дисертацията е организирана по следния начин.

Глава 2 предоставя подробно обсъждане на композитни импулси за системи с две нива. Тя въвежда модел със скок във фазата като контролен параметър, разработва общ метод за проектиране на гладки композитни импулси с различни профили на възбуждане и представя нови ултра-широколентови и ултра-тяснолентови поредици.

Глава 3 разширява техниката на композитните импулси към квантови системи с много нива. Главата въвежда композитен стимулиран Раманов адиабатен преход (STIRAP), устойчиви на грешки композитни отражения на Хаусхолдър и високоточни композитни квантови гейтове за Раманови кубити.

Глава 4 представя експерименталната демонстрация на тези техники с композитни импулси на квантовите процесори на IBM, показвайки отлично съответствие между теория и експеримент.

Глава 5 се задълбочава в неермитовия квантов контрол. Тя въвежда неермитовия пряк път към адиабатност в системи с две и три нива и представя аналитично решение на псевдоермитовия модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана.

Глава 6 прилага разработените техники за квантов контрол към проблема за хирално разделяне на молекули, демонстрирайки ефективна и устойчива дискриминация между енантиомери.

Глава 7 обобщава основните научни приноси и изводи на тази дисертация.

Глава 2

КОМПОЗИТНИ ИМПУЛСИ

2.1 Кохерентен контрол на квантов преход чрез скок във фазата

В тази секция представяме аналитично точно решим модел с две състояния, в който импулсното взаимодействие с форма на хиперболичен секанс има фазов скок ϕ в момента на своя максимум. Детюнингът има постоянна част и честотно модулиран (chirp) член с форма на хиперболичен тангенс. За $\phi = 0$ този модел се свежда до модела на Демков-Кунике, който от своя страна съдържа като частни случаи три други добре известни модела: на Розен-Зенер, Алън-Ебърли и Бамбини-Берман. Ненулево ϕ предизвиква драматични промени във вероятността за преход, вариращи от пълна инверсия на заселеностите до пълно връщане към началното състояние. Аналитичните резултати са особено поучителни в адиабатна граница и показват, че пълна инверсия на заселеностите винаги може да се постигне при подходящ избор на ϕ . Следователно, фазовият скок ϕ може да се използва като контролен параметър за вероятността за преход в система с две нива.

2.1.1 Въведение

Кохерентно управляваната квантова система с две нива (състояния) е фундаментален обект в квантовата физика. В много експерименти преход между две състояния е достатъчен, за да се опишат съществените промени във вътрешното състояние на квантова система, подложена на външно поле, което в общия случай зависи от времето. Освен това, когато са включени множество състояния, квантовата динамика обикновено може да бъде разбрана само чрез свеждане до ефективна динамика с две нива.

Кохерентната динамика на системи с две състояния е широко изучавана, особено във връзка с кохерентното атомно възбуждане [1], ядрения магнитен резонанс [2, 3, 4, 5, 6, 7] и, в последно време, като кубит за квантова обработка на информация [8].

Съществуват няколко точно решими *нерезонансни* модела за такива системи, включително моделите на Раби [9], Ландау-Зенер [10, 11, 12, 13], Розен-Зенер [14], Алън-Ебърли [15, 16], Бамбини-Берман [17], Демков-Кунике [18, 19, 20], Демков [21], Никитин [22, 23] и Карол-Хио [24]. Съществуват и методи за приблизителни решения, като теорията на пертурбациите и адиабатното приближение. Адиабатната еволюция е от особен интерес, защото, когато е придружена от пресичане на енергетичните нива, тя води до СРІ — обикновено наричана бърз адиабатен преход [25, 26, 27, 15, 28]. Непресичащи се енергии не водят до възбуждане в края на адиабатната еволюция, т.е. СРR.

Аналитичните решения — точни или приблизителни — позволяват да се разработят прости рецепти за контрол на вероятността за преход и, в по-общ план, на целия пропагатор. Традиционните контролни параметри са площта на импулса, статичният детюнинг и честотната модулация.

В тази секция показваме, че вероятността за преход може да бъде ефективно контролирана чрез нов контролен параметър: фазов скок на амплитудата на полето. За тази цел представяме точно аналитично решение на модел с честота на Раби във формата на хиперболичен секанс и фазов скок ϕ в момента на своя максимум. Детюнингът е сума от постоянен (статичен) детюнинг Δ_0 и честотно модулиран член с форма на хиперболичен тангенс. За $\phi = 0$ този модел се свежда до модела на Демков-Кунике (DK) [18, 19, 20], с неговите три добре известни частни случая: моделите на Розен-Зенер (RZ) [14], Алън-Ебърли (AE) [15, 16] и Бамбини-Берман (BB) [17]. При ненулево ϕ обаче се наблюдават редица неочаквани особености. Например, в адиабатна граница вероятността за преход при $\phi = 0$ е 0 за RZ модела, 1 за AE модела и 0.5 за BB модела.

При $\phi = \pm\pi$ обаче тя е 1 за RZ модела, 0 за AE модела и отново 0.5 за VB модела; при $\phi = \pm\pi/2$ вероятността за преход за VB модела осцилира между 0 и 1, както при резонансно възбуждане.

2.1.2 Модел на Демков-Кунике с фазов скок

Еволюцията във времето на кохерентно управлявана квантова система с две състояния се описва от две свързани обикновени диференциални уравнения за вероятностните амплитуди $c_1(t)$ и $c_2(t)$ на състоянията ψ_1 и ψ_2 ,

$$i\frac{d}{dt}c_1(t) = \frac{1}{2}\Omega(t)e^{-iD(t)}c_2(t), \quad (2.1a)$$

$$i\frac{d}{dt}c_2(t) = \frac{1}{2}\Omega^*(t)e^{iD(t)}c_1(t). \quad (2.1b)$$

където $D = \int_0^t \Delta(t')dt'$. Уравнения (2.1) са изведени от уравнението на Шрьюдингер в рамките на стандартното приближение на въртящата се вълна (RWA) [1]. За атомни или молекулни преходи, управлявани от лазер, $\Delta = \omega_0 - \omega$ е честотната разлика между носещата честота на лазера ω и честотата на Бор за прехода ω_0 , а $\Omega(t) = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t)/\hbar$ е честотата на Раби, където \mathbf{d} е преходният диполен момент, а $\mathbf{E}(t)$ е обвивката на електричното поле на лазера.

Ще изведем решението на уравнения (2.1) за модел, в който взаимодействието и детюинга са дадени от

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T) & (t < 0) \\ e^{i\phi} \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T) & (t \geq 0) \end{cases}, \quad (2.2a)$$

$$\Delta(t) = \Delta_0 + B \tanh(t/T). \quad (2.2b)$$

Без загуба на общност ще приемем, че константните реални честоти Ω_0 , Δ_0 и B и продължителността на импулса T са положителни. Ще използваме характерната продължителност на импулса T като единица за време и $1/T$ като единица за честота. Моделът с фазов скок (2.2) наподобява модела на DK [18, 19, 20], където взаимодействието $\Omega(t)$ е камбановидна функция sech за всички времена, без фазов скок при $t = 0$. Затова ще следваме извода от [18, 19, 20] до момента $t = 0$, където ще отчетем фазовия скок.

Първата стъпка е да се разделят уравнения (2.1); намираме

$$\ddot{c}_1 - \left(\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} - i\Delta \right) \dot{c}_1 + \frac{1}{4}|\Omega|^2 c_1 = 0, \quad (2.3)$$

където точката отгоре означава производна по времето. Следващата стъпка е да се смени независимата променлива от t на $z(t) = [1 + \tanh(t/T)]/2$; тогава $z(-\infty) = 0$, $z(0) = \frac{1}{2}$ и $z(+\infty) = 1$, и уравнение (2.3) се преобразува в

$$z(1-z)\frac{d^2 C_1}{dz^2} + \left[\frac{1}{2} + i(\delta - \beta) - (1 - 2i\beta)z \right] \frac{dC_1}{dz} + \alpha^2 C_1 = 0, \quad (2.4)$$

където $C_n(z) = c_n(t(z))$ и

$$\alpha = \frac{\Omega_0 T}{2}, \quad \beta = \frac{BT}{2}, \quad \delta = \frac{\Delta_0 T}{2}. \quad (2.5)$$

Уравнение (2.4) има същата форма като хипергеометричното уравнение на Гаус и неговото решение може да се изрази чрез хипергеометричната функция на Гаус $F(\lambda, \mu; \nu; z)$ [29] като

$$C_1(z) = A_1 F(\lambda, \mu; \nu; z) + A_2 z^{1-\nu} F(\lambda + 1 - \nu, \mu + 1 - \nu; 2 - \nu; z), \quad (2.6)$$

където A_1 и A_2 са интеграционни константи и

$$\lambda = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta, \quad (2.7a)$$

$$\mu = -\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta, \quad (2.7b)$$

$$\nu = \frac{1}{2} + i(\delta - \beta). \quad (2.7c)$$

Като се използват уравнение (2.1a), свойствата на хипергеометричната функция и връзката $e^{iD} = 2^{-2i\beta} z^{\nu-\frac{1}{2}} (1-z)^{\frac{1}{2}-\nu-2i\beta}$, се получава

$$C_2(z) = i2^{-2i\beta}(1-z)^{1-\nu-2i\beta} \times \left[-A_1 \frac{\alpha}{\nu} z^\nu F(\lambda+1, \mu+1; \nu+1; z) + A_2 \frac{1-\nu}{\alpha} F(\lambda+1-\nu, \mu+1-\nu; 1-\nu; z) \right]. \quad (2.8)$$

Константите A_1 и A_2 се определят от началните условия $C_1(0)$ и $C_2(0)$,

$$A_1 = C_1(0), \quad A_2 = \frac{-i\alpha 2^{2i\beta}}{1-\nu} C_2(0). \quad (2.9)$$

Пълното решение се изразява чрез пропагатора $\mathbf{U}(z, 0)$, който се дефинира от $\mathbf{C}(z) = \mathbf{U}(z, 0)\mathbf{C}(0)$, с $\mathbf{C}(z) = [C_1(z), C_2(z)]^T$. Пропагаторът от $t \rightarrow -\infty$ ($z = 0$) до време $t = 0$ ($z = \frac{1}{2}$) гласи

$$\mathbf{U}\left(\frac{1}{2}, 0\right) = \begin{bmatrix} a & -b^* \\ b & a^* \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

където параметрите на Кейли-Клайн са

$$a = F(\lambda, \mu; \nu; \frac{1}{2}), \quad (2.11a)$$

$$b = -i \frac{\alpha}{2\nu} F(1+\lambda, 1+\mu; 1+\nu; \frac{1}{2}). \quad (2.11b)$$

За $t \geq 0$, аналогичен извод като за $t < 0$ дава пропагатора от $t = 0$ ($z = \frac{1}{2}$) до $t \rightarrow \infty$ ($z = 1$),

$$\mathbf{U}\left(1, \frac{1}{2}\right) = \begin{bmatrix} c^* & -d^* e^{i\phi} \\ de^{-i\phi} & c \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

с

$$c = F(\lambda, \mu; 1+\lambda+\mu-\nu; \frac{1}{2}), \quad (2.13a)$$

$$d = -\frac{i\alpha F(1+\lambda, 1+\mu; 2+\lambda+\mu-\nu; \frac{1}{2})}{2(1+\lambda+\mu-\nu)}. \quad (2.13b)$$

Пълният пропагатор е $\mathbf{U}(1, 0) = \mathbf{U}(1, \frac{1}{2})\mathbf{U}(\frac{1}{2}, 0)$, или в явен вид

$$\mathbf{U}(1, 0) = \begin{bmatrix} ac^* - bd^* e^{i\phi} & -b^* c^* - a^* d^* e^{i\phi} \\ bc + ade^{-i\phi} & a^* c - b^* de^{-i\phi} \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Следователно, вероятността за преход е

$$P_{DK}^\phi = |U_{12}|^2 = |ad|^2 + |bc|^2 + 2\text{Re}(a^* bcd^* e^{i\phi}). \quad (2.15)$$

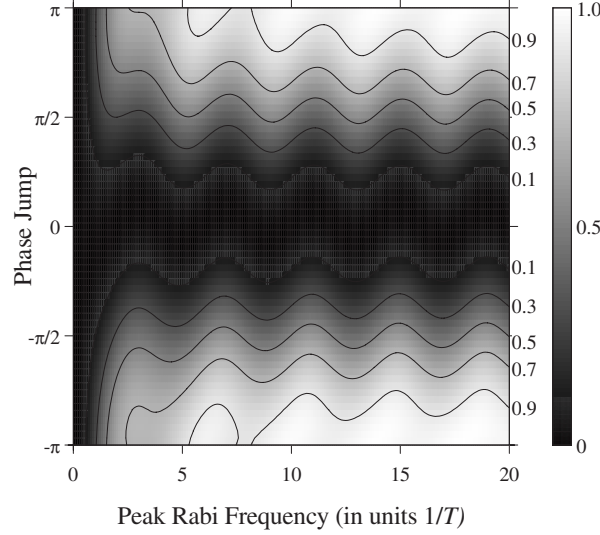
За $\phi = 0$ (модел на DK) вероятността за преход (2.15) може да се изрази чрез елементарни функции [18, 19, 20]

$$P_{DK} = \frac{\cosh(2\pi\beta) - \cos\left(2\pi\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\right)}{\cosh(2\pi\delta) + \cosh(2\pi\beta)}. \quad (2.16)$$

За $\phi \neq 0$ вероятността за преход се изразява чрез хипергеометричните функции от уравнения (2.11) и (2.13).

2.1.3 Частни случаи

Ще разгледаме три важни частни случая на нашия модел, а именно когато $B = 0$, $\Delta_0 = 0$ и $\Delta_0 = B$, които при липса на фазов скок ($\phi = 0$) представляват съответно моделите на RZ [14], AE [15] и BB [17].



Фигура 2.1: Контурна диаграма на вероятността за преход P_{RZ}^ϕ за модела на RZ, уравнение (2.19), в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 и фазовия скок ϕ за $B = 0$ и $\Delta_0 = 2/T$.

Модел на Розен-Зенер ($B = 0$)

В модела на RZ ($B = 0$) уравнения (2.7) се свеждат до $\lambda = -\mu = \alpha$, $\nu = \frac{1}{2} + i\delta$. Тогава, използвайки свойствата на хипергеометричната функция, уравнения (2.11) се свеждат до

$$a = c^* = \pi^{1/2} 2^{-\nu} \Gamma(\nu) (\xi + \eta), \quad (2.17a)$$

$$b = -d^* = -i\pi^{1/2} 2^{-\nu} \Gamma(\nu) (\xi - \eta), \quad (2.17b)$$

с

$$\xi = \left[\Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}i\delta\right) \Gamma\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}i\delta\right) \right]^{-1}, \quad (2.18a)$$

$$\eta = \left[\Gamma\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}i\delta\right) \Gamma\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}i\delta\right) \right]^{-1}. \quad (2.18b)$$

Вероятността за преход е

$$P_{RZ}^\phi = \left\{ [\cos \pi\alpha \sin \chi - \sin \pi\alpha \tanh \pi\delta \cos \chi] \sin \frac{\phi}{2} + \sin \pi\alpha \operatorname{sech} \pi\delta \cos \frac{\phi}{2} \right\}^2, \quad (2.19)$$

където

$$\chi = 2 \arg \left[\Gamma\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}i\delta\right) \Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}i\delta\right) \right]. \quad (2.20)$$

За $\phi = 0$ уравнение (2.19) се свежда до формулата на RZ [14]

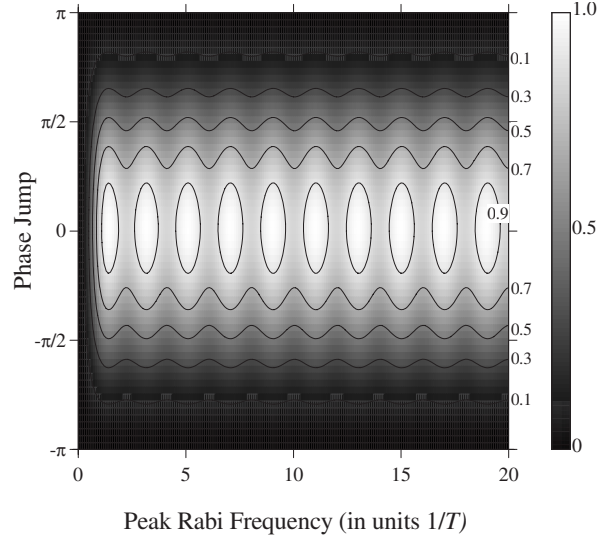
$$P_{RZ} = \frac{\sin^2 \pi\alpha}{\cosh^2 \pi\delta}. \quad (2.21)$$

Когато $\phi = \pm\pi$, уравнение (2.19) съвпада с вероятността за преход в модела sech със скок [30]. Когато $|\alpha + i\delta|$ и δ са големи получаваме

$$\chi \sim \frac{\pi}{2} + \pi\alpha - \arctan \frac{\delta}{\alpha} - 2e^{-\pi\delta} \cos 2\pi\alpha + O(e^{-2\pi\delta}, |\alpha + i\delta|^{-2}), \quad (2.22)$$

и оттам

$$P_{RZ}^\phi \sim \left[\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \delta^2}} \left(1 - \frac{2\delta}{\alpha} e^{-\pi\delta} \cos \pi\alpha \right) \sin \frac{\phi}{2} + 2e^{-\pi\delta} \sin \pi\alpha \cos \frac{\phi}{2} \right]^2. \quad (2.23)$$



Фигура 2.2: Контурна диаграма на вероятността за преход P_{AE}^ϕ за модела на АЕ в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 и фазовия скок ϕ за $\Delta_0 = 0$ и $B = 1/T$.

Вероятността за преход (2.23) може да се представи като сума от два члена, гладък \bar{P} и осцилиращ \tilde{P} (спрямо α),

$$P_{RZ}^\phi = \bar{P} + \tilde{P}, \quad (2.24a)$$

$$\bar{P} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \delta^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}, \quad (2.24б)$$

$$\tilde{P} = -\frac{4\alpha\delta}{\alpha^2 + \delta^2} e^{-\pi\delta} \cos \pi\alpha \sin^2 \frac{\phi}{2} + \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \delta^2}} e^{-\pi\delta} \sin \pi\alpha \sin \phi. \quad (2.24в)$$

В границата на силно взаимодействие ($\alpha \gg \delta$) и достатъчно голям детюнинг ($\delta \gtrsim 1$) се намира $\bar{P} \rightarrow \sin^2(\phi/2)$, $\tilde{P} \rightarrow 0$ и следователно вероятността за преход зависи само от параметъра ϕ .

Диаграмата на фиг. 2.1 показва точната вероятност за преход (2.19) като функция на пиковата честота на Раби Ω_0 и фазовия скок ϕ . При нулев фазов скок вероятността за преход се дава от формулата на RZ (2.21) и е малка поради относително големия детюнинг ($\Delta_0 T = 2$). С нарастването на фазата ϕ пейзажът на вероятността се доминира от осцилации, както е видно от точното решение (2.19) и приближението (2.24). Когато $\phi = \pm\pi$, вероятността клони към единица за големи Ω_0 , което води до пълна инверсия на заселеностите [30], както лесно се вижда от уравнения (2.24).

Модел на Алън-Ебърли ($\Delta_0 = 0$)

За модела на АЕ ($\Delta_0 = 0$), имаме $\nu = \frac{1}{2} - i\beta$. Тогава, използвайки свойствата на хипергеометричната функция, уравнения (2.11) и (2.13) се свеждат до

$$a = c = \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu)}{\Gamma(\frac{\lambda+1}{2})\Gamma(\frac{\mu+1}{2})}, \quad (2.25a)$$

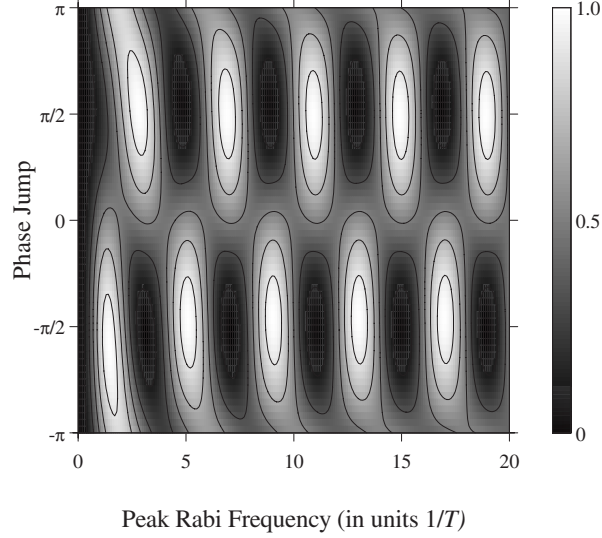
$$b = d = \frac{2i}{\alpha} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu)}{\Gamma(\frac{\lambda}{2})\Gamma(\frac{\mu}{2})}. \quad (2.25б)$$

Вероятността за преход (2.15) е

$$P_{AE}^\phi = \left(1 - \frac{\cos^2 \pi \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{\cosh^2 \pi \beta} \right) \cos^2 \frac{\phi}{2}. \quad (2.26)$$

За $\phi = 0$ уравнение (2.26) се свежда до формулата на АЕ [15]

$$P_{AE} = 1 - \frac{\cos^2 \pi \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{\cosh^2 \pi \beta}. \quad (2.27)$$



Фигура 2.3: Контурна диаграма на вероятността за преход P_{BB}^ϕ за модела на ВВ в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 и фазовия скок ϕ за $B = \Delta_0 = 1/T$.

Уравнение (2.26) показва, че фазата ϕ се факторизира във вероятността. Условието за пълна инверсия на заселеностите са $\phi = 0$ и $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = n + \frac{1}{2}$, където n е цяло число. Освен това, за адиабатна еволюция ($\alpha > \beta \gg 1$) и $\phi = 0$, вероятността за преход клони към единица. Контурна диаграма на вероятността (2.26) е представена на фиг. 2.2. При нулев фазов скок ($\phi = 0$) вероятността за преход се дава от формулата на АЕ (2.27) и показва осцилации с малка амплитуда, които редовно достигат единица. С отдалечаването на фазата ϕ от нула, осцилациите в „пейзажа“ на вероятността постепенно намаляват. Както показва фигурата, а и както е видно от уравнение (2.26), вероятността за преход е тъждествено нула, когато $\phi = \pm\pi$. Физическата причина е, че тогава Хамилтонианът е антисиметрична функция на времето, което води до пълно връщане към началното състояние (забранен по симетрия преход) [31].

Модел на Вамбини-Берман ($\Delta_0 = B$)

За модела на ВВ ($\Delta_0 = B$), вероятността за преход (2.15), изобразена на фиг. 2.3, не може да се изрази чрез прости функции. Пейзажът на вероятността е доминиран от осцилации с голяма амплитуда, вариращи от нула до единица, както спрямо Ω_0 , така и спрямо ϕ . Наблюдават се области на пълна инверсия на заселеностите за $\phi \approx \pm\pi/2$ и за специфични стойности на Ω_0 . Ще обясним тази неочаквана характеристика в следващия раздел, използвайки адиабатното решение за модела на ДК.

2.1.4 Адиабатно решение

Сега ще изведем адиабатното решение за модела на ДК с фазов скок (2.2). За тази цел е удобно да запишем уравнения (2.1) в матрична форма

$$i\hbar \frac{d}{dt} \mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{c}(t), \quad (2.28)$$

където $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t)]^T$ и Хамилтонианът, след фазова трансформация (която запазва заселеностите), има вида

$$\mathbf{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} -\Delta & \Omega \\ \Omega^* & \Delta \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Адиабатните състояния φ_+ и φ_- се дефинират като собствени състояния на Хамилтониана, $\mathbf{H}(t)\varphi_\pm(t) = \hbar\epsilon_\pm(t)\varphi_\pm(t)$, а собствените стойности са $\hbar\epsilon_\pm(t)$, с

$$\epsilon_\pm(t) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{|\Omega(t)|^2 + \Delta^2(t)}. \quad (2.30)$$

Амплитудите на адиабатните състояния $\mathbf{a}(t) = [a_+(t), a_-(t)]^T$ са свързани с диабатните (първоначалните) $\mathbf{c}(t)$ чрез ротационната матрица

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

като $\mathbf{c}(t) = \mathbf{R}(\theta(t))\mathbf{a}(t)$, където $\theta = \frac{1}{2}\arctan(\Omega/\Delta)$. Уравнението на Шрьодингер в адиабатния базис е

$$i\hbar \frac{d}{dt}\mathbf{a}(t) = \mathbf{H}_a(t)\mathbf{a}(t), \quad (2.32)$$

където

$$\mathbf{H}_a = \hbar \begin{bmatrix} \epsilon_- & -i\dot{\theta} \\ i\dot{\theta} & \epsilon_+ \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Ако $|\dot{\theta}| \ll |\epsilon_{\pm}| \equiv \epsilon$, тогава еволюцията е адиабатна и решението за пропагатора в адиабатния базис от начален момент $t = t_i$ до краен момент $t = t_f$ е

$$\mathbf{U}_a(t_f, t_i) = \begin{bmatrix} e^{i\zeta} & 0 \\ 0 & e^{-i\zeta} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

където $\zeta = \int_{t_i}^{t_f} \epsilon(t)dt$. Пълният пропагатор в първоначалния базис за модела (2.2) е

$$\mathbf{U}(t_f, t_i) = \mathbf{\Phi}^* \mathbf{R}(\theta(t_f)) \mathbf{U}_a(t_f, 0) \mathbf{R}(-\theta(0)) \times \mathbf{\Phi} \mathbf{R}(\theta(0)) \mathbf{U}_a(0, t_i) \mathbf{R}(-\theta(t_i)), \quad (2.35)$$

с

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Модел на Розен-Зенер ($B = 0$)

В този случай $\theta(-\infty) = \theta(\infty) = 0$ и $\theta(0) = \frac{1}{2}\arctan(\alpha/\delta)$. Вероятността за преход, получена като $|U_{12}|^2$ от уравнение (2.35), е

$$P_{RZ}^a = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \delta^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}, \quad (2.37)$$

което е равно на вероятността (2.23), когато $\delta \gtrsim 1$ (което е адиабатното условие за модела на RZ).

Модел на Алън-Ебърли ($\Delta_0 = 0$)

За този модел имаме $\theta(-\infty) = \pi/2$, $\theta(0) = \pi/4$ и $\theta(\infty) = 0$. Следователно от уравнение (2.35) получаваме

$$P_{AE}^a = \cos^2 \frac{\phi}{2}, \quad (2.38)$$

което съвпада с вероятността (2.26), когато $\alpha > \beta \gg 1$ (което е адиабатното условие за модела на AE).

Модел на Бамбини-Берман ($B = \Delta_0$)

В този случай, $\theta(-\infty) = \pi/4$, $\theta(0) = \frac{1}{2}\arctan(\alpha/\beta)$ и $\theta(\infty) = 0$. От уравнение (2.35) получаваме

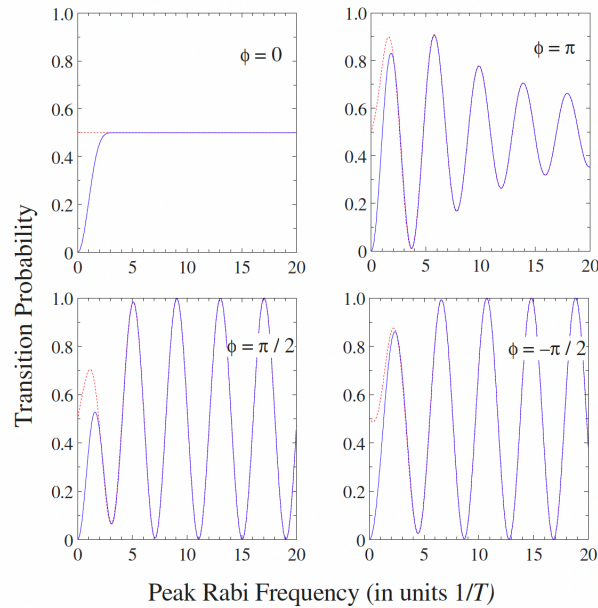
$$P_{BB}^a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\zeta_0 \sin 2\theta(0) \sin \phi - \frac{1}{2} \cos 2\zeta_0 \sin 4\theta(0) \sin^2 \frac{\phi}{2}, \quad (2.39)$$

където $\zeta_0 = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{2} \sqrt{\Omega^2(t) + \Delta^2(t)} dt$. За $\alpha \gg \beta$, $\theta(0) \approx \pi/4 - \beta/2\alpha$ и уравнение (2.39) се свежда до

$$P_{BB}^a \approx \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\zeta_0 \sin \phi - \frac{\beta}{\alpha} \cos 2\zeta_0 \sin^2 \frac{\phi}{2}. \quad (2.40)$$

Сега, когато $\phi = \pm\pi/2$, вероятността осцилира между нула и единица. От уравнение (2.40) виждаме също, че има асиметрия в максимумите и минимумите за $\phi = \pi/2$ и $\phi = -\pi/2$, както се вижда на фиг. 2.3.

На фиг. 2.4 сравняваме адиабатното решение (2.39) с точното решение (2.15) за вероятността за преход в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 . Виждаме, че адиабатното решение е неразлично от точното



Фигура 2.4: Сравнение между точното решение (плътна крива) и адиабатното решение (2.39) (прекъснатата крива) за модела на Бамбини-Берман (с $B = \Delta_0 = 3/T$) в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 за $\phi = 0$, $\phi = \pm\pi/2$ и $\phi = \pi$.

решение, освен за малки стойности на Ω_0 . За $\phi = 0$ адиабатното решение дава константна вероятност за преход от $\frac{1}{2}$. За $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$ то осцилира между нула и единица, и накрая, за $\phi = \pi$ вероятността за преход клони към $\frac{1}{2}$ по осцилиращ начин. Разликата в начина, по който се достига асимптотичната стойност от $\frac{1}{2}$ за $\phi = 0$ и $\phi = \pi$, която се наблюдава на фиг. 2.4, лесно се разкрива при по-внимателен преглед на адиабатното решение (2.39). Наистина, за $\phi = 0$ остава само първият член $\frac{1}{2}$, докато за $\phi = \pi$ присъства и последният член със $\sin^2(\phi/2)$, който генерира осцилации във вероятността за преход.

2.2 Гладки композитни импулси и високоточен композитен адиабатен преход

2.2.1 Въведение

Техниката на композитните импулси, разработена първоначално в ядрения магнитен резонанс (ЯМР) [32, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 33, 34, 35, 36, 37], е мощен инструмент за манипулация на квантови състояния. Тази техника заменя единичния импулс, използван традиционно за управляване на преход в квантова система с две нива, с поредица от импулси с подходящо подбрани фази, които се използват като контролен инструмент за оформяне на профила на възбуждане по желан начин. По-конкретно, може да се постигне почти перфектна инверсия на заселеностите, която е нечувствителна към вариации в параметрите на взаимодействие — амплитудата и/или честотата на импулсите. Следователно тази техника съчетава точността на възбуждането с единичен π -импулс с устойчивост, подобна на адиабатните техники. Поради тази причина композитните импулси се радват на постоянно нарастващо внимание в областта на квантовите изчисления, където се изисква изключително висока точност на гейтовите операции, напр. при реализацията на квантови гейтове и квантови алгоритми с уловени йони [38, 39, 40, 41, 42, 43, 44].

Съществуващите методи за проектиране на композитни импулси са разработени за импулси с правоъгълна временна форма, която е подходяща за експерименти по ЯМР [32, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 33, 34, 35, 36, 37], както и за атомно възбуждане с микросекундни импулси [38, 39, 40, 41, 42, 43, 44]. Правоъгълните форми на импулсите обаче са трудни за реализиране в по-кратки времеви мащаби, например с фемтосекундни импулси, поради непосилно големия им Фуриеров спектър. Ултракъсите импулси са много обещаващи за квантовите изчисления поради липсата на декохерентност и появата на техники за селективен и ефективен контрол на кубити [45, 46]. Такива ултракъси импулси могат да бъдат оформени [47, 48], така че да имат плавно

променящи се камбановидни обвивки, напр. Гаусови или хиперболически секанси. Теорията на композитните импулси с такива гладки обвивки до голяма степен липсва, което ограничава използването на тази мощна контролна техника в ултракъсите времеви мащаби.

В тази секция представяме прост систематичен подход, който позволява конструирането на композитни импулси с произволни гладки форми, които могат да създават широколентови, тяснолентови и правоъгълни профили на възбуждане, съответстващи на ефективни π и частични- π импулси с всякаква желана гладкост. Методът се основава на $SU(2)$ представянето на пропагатора на система с две нива [49], вместо на често използваните интуитивни $SO(3)$ ротации в картината на вектора на Блох [32, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 33, 34, 35, 36, 37]. Последните предоставят геометрично описание на действието на композитния импулс, но са много по-взискателни алгебрично и числено. Подходът $SU(2)$, с комплексните параметри на Кейли-Клайн, ни позволява да използваме наличните точни аналитични решения за специални форми на импулси, което от своя страна ни позволява да получим фазите на съответните композитни импулси. Освен това, до определен порядък, се оказва, че фазите на композитните импулси са независими от формата на импулса.

Освен това представяме метод за оптимизация на техниката на адиабатен преход между две квантови състояния чрез композитни поредици от честотно модулирани импулси: композитен адиабатен преход (САР). Неадиабатните загуби могат да бъдат компенсирани до произволен желан порядък с достатъчно дълги поредици, независимо от неадиабатното взаимодействие, чрез подходящ избор на относителните фази между съставните импулси. Стойностите на композитните фази са универсални, тъй като не зависят от формите на импулсите и честотната модулация. Точността на САР техниката и нейната устойчивост на вариации в параметрите значително надвишават тези на единичен честотно модулиран импулс, което прави САР подходяща за квантова обработка на информация с изключително висока точност.

2.2.2 Пропагатор

Чисто състояние на кохерентно управлявана квантова система се описва в представянето на взаимодействието чрез вектора на състоянието

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=1}^2 c_n(t) e^{-iE_n t/\hbar} |n\rangle, \quad (2.41)$$

където E_n са собствените енергии на непертурбирания Хамилтониан \mathbf{H}_0 ,

$$\mathbf{H}_0 |n\rangle = E_n |n\rangle, \quad (2.42)$$

а $c_n(t)$ е комплекснозначната вероятностна амплитуда на състояние $|n\rangle$. Амплитудите $c_1(t)$ и $c_2(t)$ са решения на уравнението на Шрьодингер,

$$i\hbar \partial_t \mathbf{c}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{c}(t), \quad (2.43)$$

където $\mathbf{H}(t)$ е Хамилтонианът на системата. Ще приемем, че $E_2 > E_1$ и ще положим енергията на основното състояние равна на нула, $E_1 = 0$. В този случай честотата на Бор ще бъде $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar = E_2/\hbar$. В присъствието на външно кохерентно поле и след извършване на приближението на въртящата се вълна (RWA), Хамилтонианът е

$$\mathbf{H}(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega(t) e^{-iD(t)} \\ \Omega(t)^* e^{iD(t)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Еволюцията на системата се описва от пропагатора \mathbf{U} , който се параметризира удобно с комплексните параметри на Кейли-Клайн a и b ,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b^* & a^* \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

При точен резонанс ($\Delta = 0$), уравнението на Шрьодингер се решава точно за всяко $\Omega(t)$. Тогава параметрите на Кейли-Клайн зависят само от площта на импулса $A = \int_{t_i}^{t_f} \Omega(t) dt$: $a = \cos(A/2)$, $b = -i \sin(A/2)$. Вероятността за преход е $P = |b|^2 = \sin^2(A/2)$ и следователно пълна инверсия на заселеностите (СРІ) се случва за $A = \pi$ (π -импулси) или нечетни цели кратни на π . Тази инверсия е чувствителна на вариации в площта на импулса: малко отклонение ϵ от перфектната стойност π , т.е. $A = \pi(1 + \epsilon)$, причинява грешка в инверсията от порядъка на $\mathcal{O}(\epsilon^2)$: $P = 1 - \pi^2 \epsilon^2 / 4 + \mathcal{O}(\epsilon^4)$.

Константно фазово отместване ϕ в честотата на Раби, $\Omega(t) \rightarrow \Omega(t) e^{i\phi}$, се отразява в пропагатора като

$$\mathbf{U}_\phi = \begin{bmatrix} a & b e^{-i\phi} \\ -b^* e^{i\phi} & a^* \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Поредица от N импулса, всеки с площ A_k и фаза ϕ_k , създава пропагатора

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}_{\phi_N}(A_N)\mathbf{U}_{\phi_{N-1}}(A_{N-1})\cdots\mathbf{U}_{\phi_1}(A_1). \quad (2.47)$$

2.2.3 Профили на възбуждане

Нашата цел е да създадем профил на възбуждане, който е максимално устойчив на вариации в площта на импулса A при избрана стойност(и) на A . Противно на повечето известни композитни импулси, ние приемаме, че всички площи на импулсите са равни, $A_k = A(1 + \epsilon)$ ($k = 1, 2, \dots, N$). Това предположение е естествено за импулсните лазери, защото те произвеждат поредица от може би несъвършени, но идентични импулси. Сравнително лесно е да се наложи различна фаза за всеки импулс чрез електро-оптичен модулатор или оформител на импулси [47, 48]. Разглеждаме нечетен брой импулси, $N = 2n + 1$; причината за това е, че за $A = \pi$ и $\epsilon = 0$ поредицата от композитни импулси има действието на $(2n + 1)\pi$ импулс (с изключение на фазово отместване), което причинява перфектна инверсия. Изискваме също така композитната поредица да е симетрична спрямо обръщане на импулсите, т.е. фазите да се подчиняват на $\phi_k = \phi_{N+1-k}$; това условие тип „анаграма“ води до симетрични профили на инверсия. Тъй като общата фаза на композитната поредица е без значение, а за промените в заселеностите са важни само относителните фази на импулсите, ние полагаме $\phi_1 = \phi_N = 0$; следователно имаме n различни фази, които се третират като свободни параметри.

Следващата стъпка е да се изчисли общият пропагатор (2.47) и да се приравнят на нула първите n ненулеви производни на $U_{11}^{(N)}$ спрямо площта на импулса A при желаната стойност на A . По този начин получаваме система от n свързани нелинейни алгебрични уравнения за n фази. Предположението за симетрия на фазите, $\phi_k = \phi_{N+1-k}$, гарантира, че всички производни от четен ред изчезват; следователно n -те фази ни позволяват да анулираме първите $2n$ производни.

Използваме този подход, за да изведем фазите за три основни типа композитни импулси: широколентови (ВВ), тяснолентови (НВ) и правоъгълни (РВ) импулси [33, 34, 35, 36]. За ВВ импулсите изискваме плосък връх на профила на възбуждане при площ на импулса $A = \pi$; за НВ импулсите изискваме плоско дъно при площ $A = 0$ (или $A = 2\pi$); за РВ импулсите изискваме плоско дъно при $A = 0$ и плосък връх при $A = \pi$. Накратко, композитните фази за ВВ, НВ и РВ импулси се извеждат от следните условия:

$$\text{ВВ: } [\partial_A^k U_{11}^{(N)}]_{A=\pi} = 0 \quad (k = 1, 3, \dots, N); \quad (2.48a)$$

$$\text{НВ: } [\partial_A^k U_{11}^{(N)}]_{A=0} = 0 \quad (k = 1, 3, \dots, N); \quad (2.48б)$$

$$\begin{aligned} \text{РВ: } [\partial_A^k U_{11}^{(N)}]_{A=\pi} &= 0 \quad (k = 1, 3, \dots, M), \\ [\partial_A^k U_{11}^{(N)}]_{A=0} &= 0 \quad (k = M + 2, \dots, N), \end{aligned} \quad (2.48в)$$

с $\partial_A^k \equiv \partial^k / \partial A^k$. За всяко N има множество решения. Изведохме аналитична формула за фазите на ВВ импулс, съставен от произволен брой импулси,

$$\phi_k^{(N)} = \left(N + 1 - 2 \left\lfloor \frac{k+1}{2} \right\rfloor \right) \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \frac{\pi}{N}, \quad (2.49)$$

където $k = 1, 2, \dots, N$ и символът $\lfloor x \rfloor$ означава функцията „цяла част отдолу“ (цялата част на x). Такъв импулс анулира първите $2N - 1$ производни на вероятността за преход спрямо отклонението ϵ ,

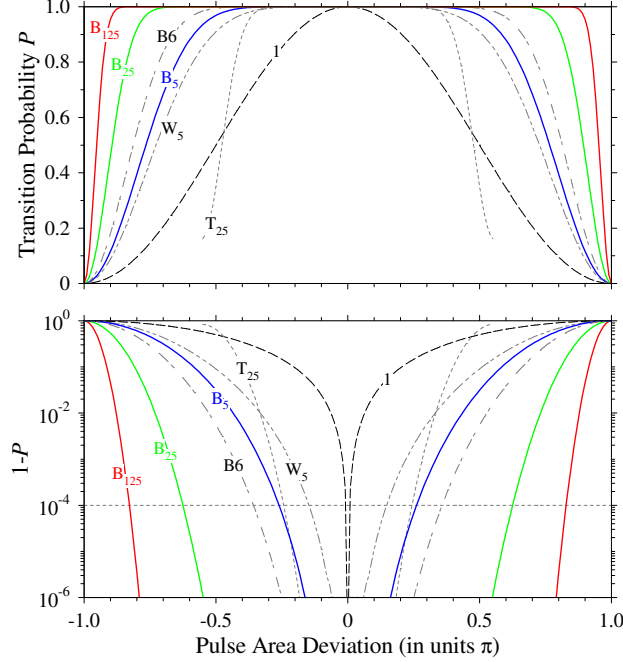
$$P = 1 - (\pi\epsilon/2)^{2N} + \mathcal{O}(\epsilon^{2N+2}), \quad (2.50)$$

и създава произволно плосък профил на инверсия спрямо площта на импулса. В таблица 2.1 показваме явните фази $\phi_k^{(N)}$ за няколко стойности на N . За $N = 3$ намираме $\phi_2 = 2\pi/3$, което дава добре известния композитен импулс $(\pi)_0(\pi)_{\frac{2}{3}\pi}(\pi)_0$ [2, 3, 4, 5, 6, 7]. За $N = 5$ получаваме композитния импулс $(\pi)_0(\pi)_{\frac{4}{5}\pi}(\pi)_{\frac{2}{5}\pi}(\pi)_{\frac{4}{5}\pi}(\pi)_0$, който изглежда нов, както и всички решения за по-големи N .

Фигура 2.5 показва профилите на преход за няколко ВВ импулса с фази от уравнение (2.49). Профилът може да бъде направен произволно плосък чрез увеличаване на броя на импулсите. Нашите импулси очевидно превъзхождат някои добре известни композитни импулси. Фигура 2.6 показва профилите на възбуждане за няколко НВ импулса, а фиг. 2.7 за няколко РВ импулса. За НВ импулсите е съществено, че възбуждането в крилата на профила е потиснато. РВ импулсите потискат както P в крилата, така и $1 - P$ в центъра. Всички тези характеристики се постигат дори за поредици с малък брой N . Прекъснатата крива в долния среден панел предполага, че случаен шум от 1% в стойностите на фазите не влияе драстично на профилите.

N	Фази (в единици π/N)												
3	0 2 0												
5	0 4 2 4 0												
7	0 6 4 8 4 6 0												
9	0	8	6	12	8	12	6	8	0				
11	0	10	8	16	12	18	12	16	8	10	0		
13	0	12	10	20	16	24	18	24	16	20	10	12	0

Таблица 2.1: Фази на ВВ импулси за различен брой N на резонансни π импулси.



Фигура 2.5: Горен панел: Вероятност за преход P за ВВ композитни импулси, като B_N обозначава съответния N -компонентен композитен импулс. Композитните фази са дадени в таблица 2.1. Прекъснатата крива показва профила на единичен π -импулс за сравнение. Сравнили сме нашите импулси с други популярни композитни импулси: W_5 е ВВ1 импулсът на Wimperis [36], T_{25} е 25-импулсната поредица на Туско [33, 34], а B_6 е 892-импулсната поредица на Brown [50]. Логаритмичната скала в долните панели показва точността на профилите в съответния горен панел.

2.2.4 Частични- π импулси

Предложеният метод за проектиране на композитни импулси може да се използва за конструиране на частични- π композитни импулси, които създават устойчиви кохерентни суперпозиции на състояния. Вземаме поредица от $N = 2n + 1$ импулса с еднаква площ и определяме техните фази, като фиксираме стойността на вероятността за преход на $1/2$ и анулираме първите $n - 1$ ненулеви производни при желаната частична- π стойност на A . По-конкретно, разглеждаме композитен полу- π импулс ($A = \pi/2$), който създава кохерентна суперпозиция с равни вероятности за двете състояния. Фазите се определят от следните условия:

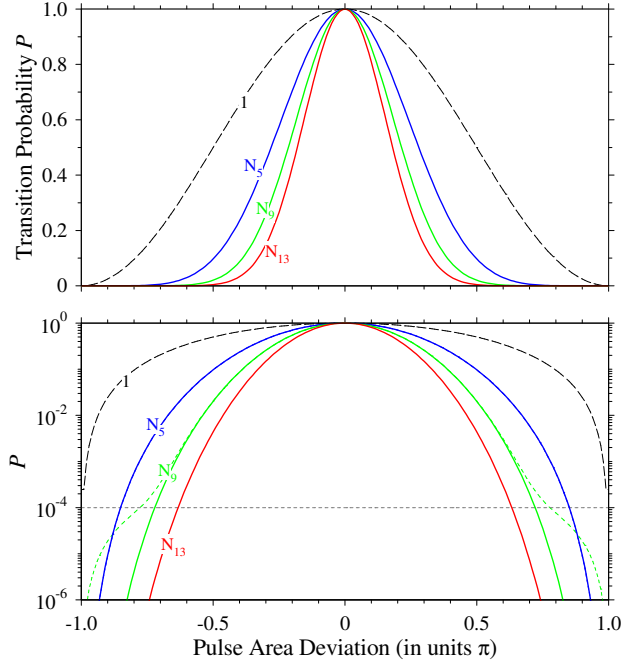
$$[U_{11}^{(N)}]_{A=\pi/2} = 1/\sqrt{2}, \quad (2.51a)$$

$$[\partial_A^k U_{11}^{(N)}]_{A=\pi/2} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, n - 1). \quad (2.51b)$$

Фигура 2.8 показва профилите на възбуждане за няколко композитни полу- π импулса, които създават вероятност за преход $P = \frac{1}{2}$. Всяка поредица се състои от N импулса с площ $\pi/2$, а фазите се определят, както е обяснено по-горе. Приблизителните числени стойности са дадени в описанието на фигурата.

2.2.5 Композитни импулси с компенсация на детюнинга

Досега показвахме, че нашите резонансни композитни импулси могат да създават произволно плоски профили на възбуждане спрямо площта на импулса. Сега прилагаме същия метод, за да създадем плоски профили



Фигура 2.6: Горен панел: Вероятност за преход P за NB композитни импулси, като N_N обозначава съответния N -компонентен композитен импулс. За NB импулсите имаме следните фази (приблизително) в единици π : $(0, 1.16, 0.58, 1.16, 0)$ за N_5 ; $(0, 1.13, 0.82, 0.11, 1.39, 0.11, 0.82, 1.13, 0)$ за N_9 ; $(0, 1.27, 0.44, 1.02, 0.78, 1.85, 1.73, 1.85, 0.78, 1.02, 0.44, 1.27, 0)$ за N_{13} . В горния панел прекъснатата крива показва профила на единичен π -импулс за сравнение. В долния панел прекъснатата крива изобразява вероятността за преход, когато в фазите на N_9 импулса е включена случайна грешка от 1%. Логаритмичната скала в долния панел показва точността на профилите в съответния горен панел.

спрямо детюнига. За тази цел задачата се улеснява за форми на импулси, за които са известни аналитични решения. Използваме модела на Розен-Зенер [14], който предполага форма на импулса хиперболичесеканс и постоянен детюнинг: $\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T)$, $\Delta(t) = \Delta_0$. За този модел параметрите на Кейли-Клайн са [14]

$$a = \frac{\Gamma^2(\frac{1}{2} + i\delta)}{\Gamma(\frac{1}{2} + i\delta - \alpha)\Gamma(\frac{1}{2} + i\delta + \alpha)}, \quad b = -i \frac{\sin \pi\alpha}{\cosh \pi\delta},$$

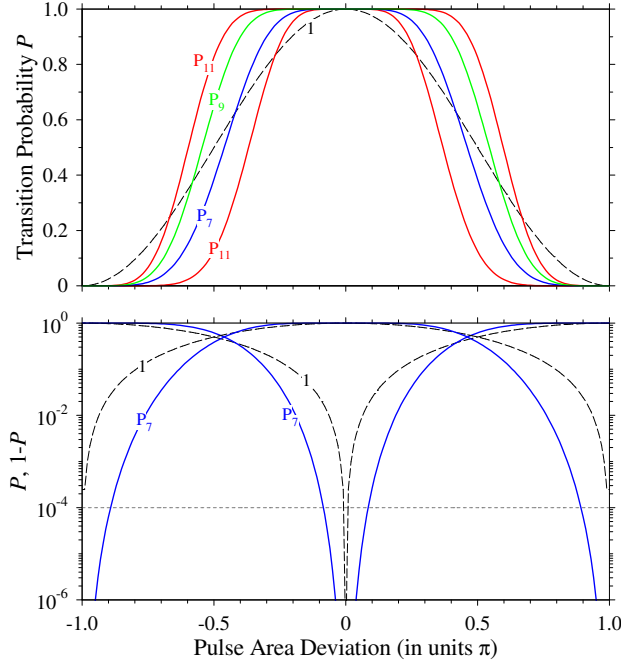
с $\alpha = \Omega_0 T/2$ и $\delta = \Delta_0 T/2$. Вероятността за преход е $P = \sin^2 \pi\alpha \operatorname{sech}^2 \pi\delta$, което означава, че за $\Omega_0 T = (2k+1)\pi$ и $\Delta = 0$ имаме CPI. Отново вземаме $N = 2n + 1$ импулса с еднаква площ и симетрични фази, $\phi_{N+1-k} = \phi_k$, така че профилът на възбуждане да е симетричен спрямо Δ . Умножаваме $SU(2)$ пропагаторите за всеки съставен импулс и след това приравняваме на нула първите n производни на $U_{11}^{(N)}(\Delta)$ спрямо Δ при $\Delta = 0$; определяме композитните фази от получената система от нелинейни алгебрични уравнения. Като цяло има множество решения за всяко N . За $N = 3$ импулсът с компенсация на Δ е $\pi_0 \pi_{\pi/3} \pi_0$. За по-големи N фазите се извеждат числено. Фигура 2.9 показва профилите на възбуждане за няколко композитни импулса с компенсация на Δ .

2.2.6 Площ на импулса и детюнинг

Друго приложение на този метод е за получаване на профили, които са плоски както спрямо A , така и спрямо Δ . Фазите се извеждат по същия начин както преди, но сега анулираме производни както спрямо A , така и спрямо Δ ,

$$\left[\frac{\partial^{k_1+k_2}}{\partial A^{k_1} \partial \Delta^{k_2}} \right]_{A=\pi, \Delta=0} = 0, \quad (2.52)$$

където стойностите на k_1 и k_2 определят гладкостта спрямо съответния параметър A и Δ . Пример за $N = 5$ е показан на фиг. 2.10. Фазите са дадени в описанието на фигурата.



Фигура 2.7: Горен панел: Вероятност за преход P за РВ композитни импулси, като P_N обозначава съответния N -компонентен композитен импулс. За РВ импулсите имаме следните фази (приблизително) в единици π : $(0, 0.70, 1.19, 1.83, 1.19, 0.70, 0)$ за P_7 ; $(0, 0.61, 1.09, 1.47, 0.23, 1.47, 1.09, 0.61, 0)$ за P_9 ; $(0, 0.78, 0.61, 1.30, 1.57, 0.14, 1.57, 1.30, 0.61, 0.78, 0)$ за P_{11} (широк) и $(0, 0.80, 1.14, 1.65, 0.23, 0.94, 0.23, 1.65, 1.14, 0.80, 0)$ за P_{11} (тесен). Прекъснатата крива показва профила на единичен π -импулс за сравнение. Логаритмичната скала в долния панел показва точността на профилите в съответния горен панел.

2.2.7 Композитен адиабатен преход

В тази подсекция предлагаме метод за оптимизация на адиабатния преход, който използва композитни поредици от импулси: композитен адиабатен преход (САР). Композитната поредица се състои от N последователни импулса с добре дефинирани фази, които служат като контролни параметри за създаване на желания профил на възбуждане. За разлика от други методи, при които за всяка избрана форма на импулса се изисква предписана зависеща от времето фаза на полето, САР техниката изисква само краен набор от фиксирани стойности на статичните фази; освен това композитните фази не зависят от формата на импулса и честотната модулация. В допълнение, се постига много по-висока точност, тъй като композитните поредици могат да бъдат направени точни до произволен порядък при достатъчен брой съставни импулси.

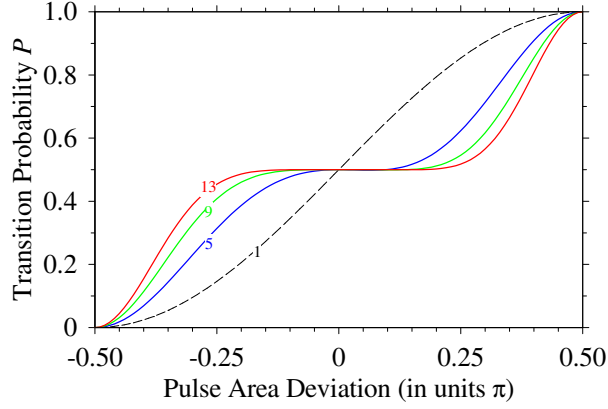
Обща теория

Разглеждаме модел, в който честотата на Раби $\Omega(t)$ е четна функция на времето, а детюинга $\Delta(t)$ е нечетен,

$$\Omega(t) = \Omega(-t), \quad \Delta(t) = -\Delta(-t). \quad (2.53)$$

Тогава лесно може да се покаже [51], че параметърът на Кейли-Клайн a е реален, $a \in \mathbb{R}$. След това изчисляваме пропагатора за поредица от три импулса, с фази $(0, \phi, 0)$. Намираме, че $U_{11}^{(3)} = a^3 - a|b|^2(1 + 2 \cos \phi)$. Очевидно за $a = 0$ имаме $U_{11}^{(3)} = 0$ (и следователно $P = 1$). Можем сега да изберем фазата $\phi = 2\pi/3$, така че тя да анулира втория член в $U_{11}^{(3)}$. По-интуитивно, този избор на фазата анулира първата производна на $U_{11}^{(3)}$ в точката $a = 0$, правейки профила на възбуждане по-устойчив на вариации в площта на импулса. Тъй като зависимостта от ϕ се факторизира в израза за $U_{11}^{(3)}$, коренът не зависи от Ω и Δ , докато се запазва симетрията (2.53). Ако разгледаме поредица от пет импулса, с фази $(0, \phi_2, \phi_3, \phi_2, 0)$, получаваме

$$U_{11}^{(5)} = a^5 - 2a^3|b|^2 [1 + 2 \cos \phi_2 + \cos(\phi_2 - \phi_3) + \cos \phi_3] + a|b|^4 [1 + 2 \cos(\phi_2 - \phi_3) + 2 \cos(2\phi_2 - \phi_3)]. \quad (2.54)$$



Фигура 2.8: Вероятност за преход като функция на отклонението на площта на импулса ϵ за N -компонентни композитни полу- π импулси. Композитните фази, дадени в единици π , са: $(0, 0.77, 0.89, 0.77, 0)$ за $N = 5$; $(0, 1.32, 1.83, 0.43, 0.79, 0.43, 1.83, 1.32, 0)$ за $N = 9$; $(0, 1.84, 0.45, 1.23, 0.76, 0.53, 1.10, 0.53, 0.76, 1.23, 0.45, 1.84, 0)$ за $N = 13$.

Отново, както преди, можем да изберем фазите ϕ_2 и ϕ_3 по такъв начин, че те да анулират последните два члена в този израз. Това съответства на анулиране на първата и третата производна на $U_{11}^{(5)}$ в точката $a = 0$. Едно решение е $\phi_2 = 4\pi/5$ и $\phi_3 = 2\pi/5$. Тази идея може да се обобщи за поредици от импулси, съдържащи $N = 2n + 1$ импулса. В този случай, избирайки фазите подходящо, имаме $U_{11}^{(N)} = a^N$, което води до вероятност за преход $P = 1 - a^{2N}$. Тъй като за модела (2.53) имаме $a \in [0, 1]$, тогава $P \rightarrow 1$ за $N \rightarrow \infty$, освен в случая на резонансни 2π импулси, където $a = 1$. Този метод на анулиране на членове физически съответства на анулиране на неадиабатното взаимодействие в Хамилтониана. Изведохме обща аналитична формула за фазите на поредица от N импулса, която оптимизира адиабатния преход спрямо вариации в площта на импулса,

$$\phi_k^{(N)} = \left(N + 1 - 2 \left\lfloor \frac{k+1}{2} \right\rfloor \right) \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \frac{\pi}{N}, \quad (2.55)$$

където $k = 1, 2, \dots, N$. Тези „магически“ фази могат да се използват за създаване на произволно плосък профил на възбуждане, когато е изпълнено условието (2.53). По-конкретно, при липса на честотна модулация ($\Delta \equiv 0$), за поредица от N резонансни импулса, всеки с площ $\pi(1 + \epsilon)$, се получава $P \sim 1 - (\pi\epsilon/2)^{2N}$ [52].

От тази теория следва, че композитните поредици с фазите (2.55) са приложими и за модела на Ландау-Зенер [10, 11, 12, 13] в неговата крайна версия [53], както и за всеки друг модел със свойствата на симетрия (2.53). Сега ще насочим вниманието си към някои частни случаи и ще илюстрираме колко добре работи CAP техниката при тях.

Частни случаи

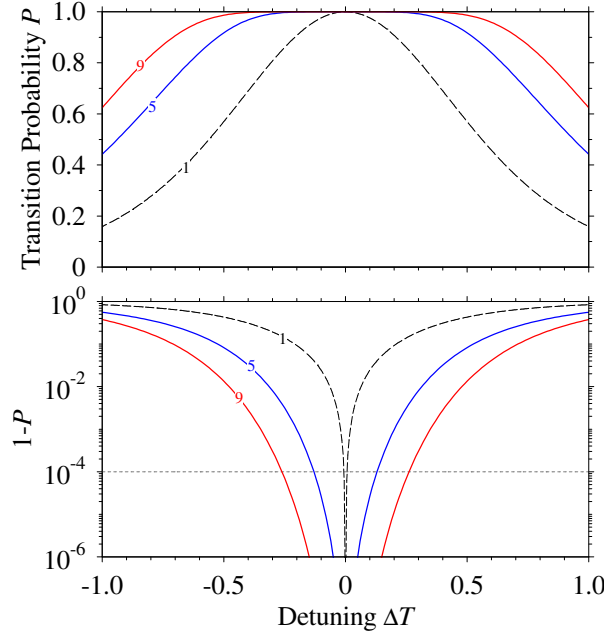
Първо разглеждаме модела на Демков-Кунике (DK) [18, 19, 20], популярен точно решим модел за адиабатен преход, който предполага импулс с форма sech и честотна модулация \tanh , добавена към статичен детюнинг Δ_0 ,

$$\Omega(t) = \Omega_0 \text{sech}(t/T), \quad \Delta(t) = \Delta_0 + B \tanh(t/T), \quad (2.56)$$

където Ω_0 , Δ_0 и B са константни параметри с размерност на честота, а T е ширината на импулса. За $\Delta_0 = 0$ (без статичен детюнинг) DK моделът се свежда до модела на Алън-Ебърли (АЕ) [15], докато за $B = 0$ (без честотна модулация) се свежда до модела на Розен-Зенер [14]. Пропагаторът на DK се изразява чрез Гама-функции,

$$a = \frac{\Gamma(\nu)\Gamma(\nu - \lambda - \mu)}{\Gamma(\nu - \lambda)\Gamma(\nu - \mu)}, \quad (2.57a)$$

$$b = -i\alpha 2^{2i\beta} \frac{\Gamma(1 - \nu)\Gamma(\nu - \lambda - \mu)}{\Gamma(1 - \lambda)\Gamma(1 - \mu)}, \quad (2.57b)$$



Фигура 2.9: Вероятност за преход P (горе) и грешка на СИ $1 - P$ (долу) в зависимост от детюинга за единичен sech импулс и за поредица от пет $3\pi/5$ импулса с фази (приблизително) $(0, 0.75, 0.42, 0.75, 0)\pi$, и девет $4\pi/9$ импулса с фази $(0, 1.31, 1.15, 1.25, 0.56, 1.25, 1.15, 1.31, 0)\pi$.

където $\lambda = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta$, $\mu = -\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - i\beta$, и $\nu = \frac{1}{2} + i(\delta - \beta)$, с $\alpha = \Omega_0 T/2$, $\beta = BT/2$ и $\delta = \Delta_0 T/2$. Вероятността за преход е [18, 19, 20]

$$P = 1 - \frac{\cosh(2\pi\delta) + \cos\left(2\pi\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\right)}{\cosh(2\pi\delta) + \cosh(2\pi\beta)}. \quad (2.58)$$

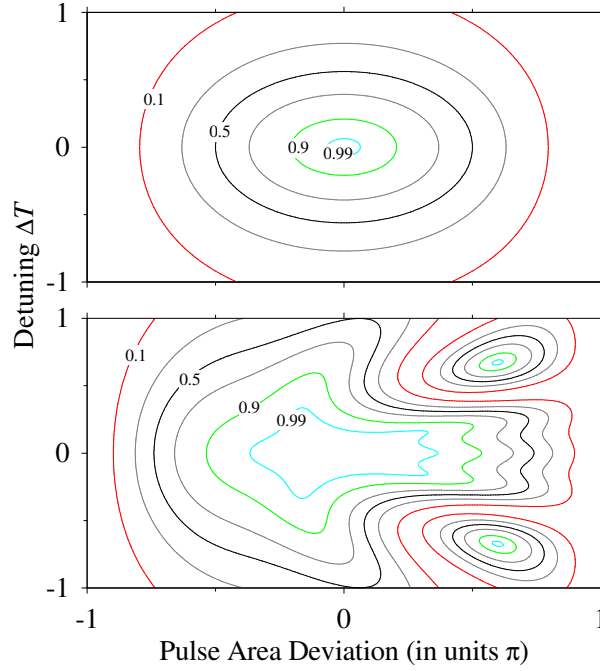
Вероятност за преход $P = 1$ се получава за $\delta = 0$ и $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = n + \frac{1}{2}$, с $n = 0, 1, 2, \dots$. Вероятността за преход клони към единица също и в адиабатна граница ($\alpha > \beta \gg 1$) и за $\delta = 0$. Ако обаче честотната модулация β не е достатъчно голяма, се появяват неадиабатни осцилации спрямо α и вероятността намалява. Тези осцилации могат да бъдат потиснати до произволен порядък чрез композитни импулси.

Фигура 2.11 показва драматичното подобрене на адиабатния преход с композитни импулси в зависимост от пиковата честота на Раби Ω_0 . Фигурата предполага, че пет-импулсен САР е достатъчен за потискане на осцилациите под бенчмарка за квантова информация от 10^{-4} . Устойчивостта на САР е допълнително илюстрирана на фиг. 2.12, където вероятността за преход е изобразена в зависимост от Ω_0 и скоростта на честотната модулация B . САР очевидно повишава устойчивостта на преноса на заселеност и постига изключително висока точност дори при умерени стойности на параметрите и малък брой съставни импулси.

Отбелязваме, че компенсацията на неадиабатните загуби не се дължи просто на увеличената обща площ на импулса на композитната поредица в сравнение с единичен импулс. Например, ефективност на преноса, толкова висока, колкото при пет-импулсния САР на фиг. 2.11, не може да се получи с единичен sech-tanh импулс с пет пъти по-голяма площ. Освен това, в експеримент често е за предпочитане и по-осъществимо да се използва поредица от импулси с по-малка площ, отколкото единичен импулс с голяма площ. Друг експериментален проблем е генерирането на импулси с еднаква площ. Импулсният лазер произвежда поредица от неидеални, но идентични импулси. Това е причината да се придържаме към случая с идентични импулси. Въпреки това, на фиг. 2.11 включваме крива със случайна грешка от 1% в отделните импулси. Резултатът е пренос на заселеност близо до бенчмарка $1 - 10^{-4}$.

След това оптимизираме възбудянето спрямо статичния детюинг Δ_0 . За тази цел вземаме разлагането на пропагатора спрямо Δ_0 около точката $\Delta_0 = 0$ и отново избираме композитните фази така, че първите няколко производни на $U_{11}^{(N)}$ да изчезнат. Фигура 2.13 показва стабилизацията на вероятността за преход спрямо Δ_0 , постигната с композитни поредици от три и пет импулса.

Друг, по-практичен пример е Гаусов импулс с линейна честотна модулация [54]. На фиг. 2.14 показваме профилите на възбудяне за композитни поредици от пет и девет такива импулса. Тъй като този модел



Фигура 2.10: Вероятност за преход в зависимост от детюнига и отклонението на площта на импулса за единичен импулс (горен панел) и за поредица от пет импулса с фази $(0, 5/6, 1/3, 5/6, 0)\pi$ (долен панел).

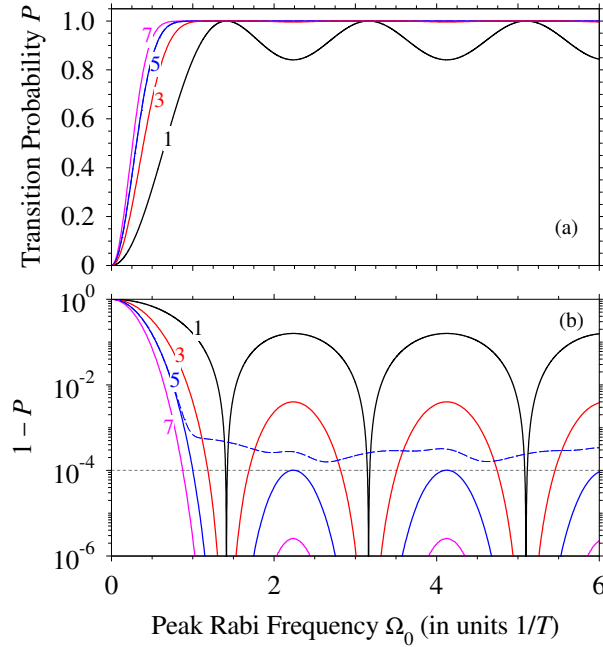
изпълнява условията за симетрия (2.53), композитните фази се дават от уравнение (2.55). Наблюдаваното намаляване на неадиабатните загуби не е толкова голямо, колкото при sech импулсите, защото Гаусовите импулси са по-малко адиабатни [54]; въпреки това, бенчмаркът за грешка от 10^{-4} все още може да бъде достигнат, макар и с повече импулси. Включили сме на тази картина и крива с 5% антисиметрична допълнителна част в честотата на Раби, $\Omega(t) = \Omega_0 e^{-t^2/T^2} [1 + 0.05 \tanh(t/T)]$. Виждаме, че този тип грешка не е твърде вредна за нашата схема.

Важно е да се разбере как се развива заселеността по време на еволюцията на всеки импулс в поредицата. Това е илюстрирано на фиг. 2.15. Тази картина показва принципните разлики между нашата техника и техниката на поетапен адиабатен преход [55, 56, 57, 58]. Последната изисква фаза, която се променя квадратично от импулс на импулс, което се превръща в линейна честотна модулация за голям брой импулси; това принуждава заселеността бавно да еволюира към единица, по начин, подобен на традиционния RAP. Напротив, еволюцията на заселеността във времето при CAP техниката се променя различно от импулс на импулс, докато в крайна сметка се постига пълен пренос на заселеност.

2.2.8 Заключение

Представихме общ метод за проектиране на голямо разнообразие от композитни импулси с гладки времеви форми. Това позволява приложението на композитни импулси за квантов контрол с ултракъси лазерни импулси, които не могат да бъдат правоъгълни. Тъй като нашият метод използва $SU(2)$ пропагатори в картината на Шрьодингер вместо често използваните $SO(3)$ ротации в картината на Блох, той е по-прост както алгебрично, така и числено и лесно генерира много нови решения, които изглеждат по-добри от известните. Важно предимство на нашия метод е, че получените композитни импулси създават профили на възбуждане, в които устойчивостта спрямо вариации в параметрите е съпроводена с изключително висока точност, далеч над границата на устойчивост на квантовите изчисления [8]. При резонанс ($\Delta = 0$), композитните поредици не зависят от формата на импулса; нашият метод ни позволи да изведем разнообразие от широколентови, тяснолентови и правоъгълни импулси с произволна гладкост по отношение на площта на импулса. По-конкретно, намерихме проста аналитична формула за фазите на произволно точен широколентов импулс. Особено важно е, че тази независимост от формата на импулса се разпростира и извън резонанс, за композитни импулси, съставени от до пет идентични единични импулса. Тази универсалност е от потенциално значение в случаи, когато желаната форма на импулса е трудна за възпроизвеждане.

Въведената CAP техника е прост и много ефективен метод за оптимизация на адиабатния преход чрез



Фигура 2.11: *Модел на Алън-Ебърли* ($\Delta_0 = 0$). (a) Вероятност за преход в зависимост от пиковата честота на Раби за единичен импулс, три-, пет- и седем-импулсни композитни поредици с фази от уравнение (2.55) за честотна модулация $B = 1/T$. (b) Неточност на профилите от панел (a). Прекъснатата крива изобразява вероятността за преход, когато в площите на импулсите на пет-импулсната поредица е включена грешка от 1%.

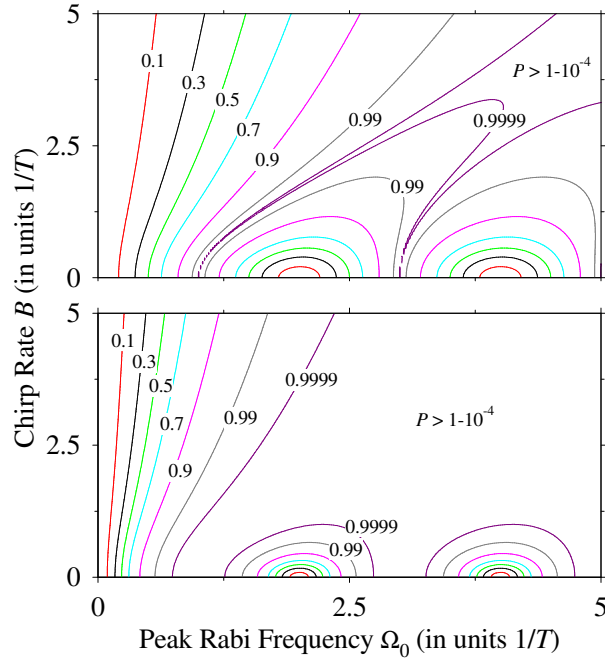
използване на композитни поредици от импулси. Последните позволяват да се потиснат неадиабатните осцилации във вероятността за преход и да се намали грешката под бенчмарка за квантови изчисления от 10^{-4} , дори с прости три- и пет-импулсни композитни поредици. Особено важно е, че композитните фази не зависят от конкретната форма на импулса за произволен брой съставни импулси. Тези характеристики правят CAP техниката потенциално важен инструмент за квантова обработка на информация с изключително висока точност.

2.3 Композитни импулси за ултра-широколентово и ултра-тяснолентово възбуждане

В тази секция въвеждаме ултра-широколентови композитни импулси (КИ), които (за сметка на краен толеранс на грешката ϵ) максимизират обхвата на площта на импулса, в който инверсията на заселеностите остава над $1 - \epsilon$. Представяме такива КИ за прагове на грешка $\epsilon = 0.01, 0.001$ и 0.0001 в две версии: КИ с различни площи на съставните импулси, използвани като контролни параметри, и с равни площи на импулсите. Първите КИ естествено превъзхождат КИ от идентични импулси, които от своя страна превъзхождат конвенционалните широколентови КИ, получени чрез анулиране на производните на инверсията на заселеностите в една точка. Използвайки същия подход, базиран на толеранс на грешката, конструираме ултра-тяснолентови КИ, които свиват инверсията на заселеностите във възможно най-тесен диапазон, като същевременно поддържат възбуждането извън този диапазон под прага на грешка ϵ .

2.3.1 Въведение

Тук представяме различен подход за конструиране на КИ, който заменя точност за широк профил. Методът използва числена оптимизация на вероятността за преход с цел създаване на възможно най-широк профил на възбуждане за ултра-ВВ КИ (или възможно най-тесен за ултра-НВ КИ) за сметка на по-висок толеранс на грешката. В допълнение към увеличения (за ВВ) или намаления (за НВ) профил, този метод ни позволява да намалим общата площ на импулса и по този начин да създадем устойчиви КИ с доста малка площ. Като еталон за сравнение използваме ВВ и НВ КИ, изведени наскоро [59, 60], защото техните фази са дадени с



Фигура 2.12: *Модел на Алън-Ебърли*. Вероятност за преход P в зависимост от пиковата честота на Раби и скоростта на честотната модулация за единичен импулс (горен панел) и за композитна поредица от пет импулса с фази $(0, 4\pi/5, 2\pi/5, 4\pi/5, 0)$ (долен панел).

аналитични формули за произволен брой импулси и особено защото е показано, че те се представят също толкова добре или по-добре от предишните КИ със същия брой импулси.

2.3.2 Стандартни композитни импулси

Поредица от N идентични импулса, всеки с различна фаза ϕ_k , създава КИ, чийто ефект върху квантовата система се описва от пропагатора

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}(\phi_N) \cdots \mathbf{U}(\phi_2)\mathbf{U}(\phi_1). \quad (2.59)$$

Вероятността за преход е $\mathcal{P} = |U_{21}^{(N)}|^2$, а вероятността за липса на преход е $\mathcal{Q} = 1 - \mathcal{P} = |U_{11}^{(N)}|^2$. Пълна инверсия на заселеностите означава $\mathcal{P} = 1$, и следователно $\mathcal{Q} = 0$.

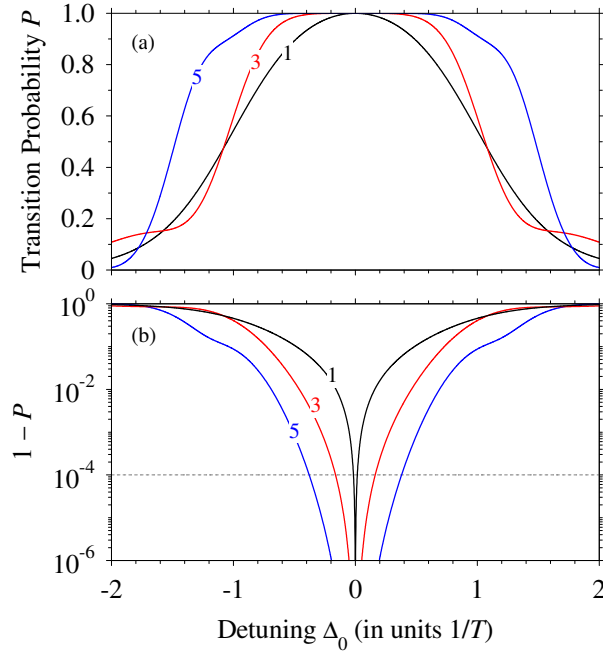
Ако фазите ϕ_k са избрани подходящо, може да се промени профилът на възбуждане по почти всякакъв желан начин. По-конкретно, могат да се анулират първите няколко члена в разложението на Тейлър на пропагатора спрямо определен параметър при специфична стойност. По този начин общият пропагатор може да стане много по-устойчив на вариации в този параметър, отколкото пропагаторът на единичен импулс \mathbf{U} . КИ могат да бъдат направени устойчиви на вариации в почти всеки желан експериментален параметър, както и в няколко параметъра едновременно.

КИ, изведени чрез анулиране на коефициентите на Тейлър (т.е. производни на вероятността) при избраната стойност на параметъра, създават профили на възбуждане с изключително висока точност, която може да не е необходима в някои приложения. В следващите подсекции показваме, че ако се допусне по-висока грешка ($\epsilon < 10^{-n}$, с $n = 2, 3, 4$), могат да се получат КИ с още по-голяма устойчивост на профилите, т.е. с по-широки интервали от стойности на параметрите, в които грешката остава под избраната стойност. Наричаме тези КИ ултра-широколентови (ultra-BB) и ултра-тяснолентови (ultra-NB) импулси.

2.3.3 Ултра-широколентови композитни импулси

Ултра-широколентови композитни поредици от неидентични импулси

Условието за идентични импулси в композитната поредица е удобно в някои реализации, но не е задължително в общия случай. Тук ще представим композитни поредици от импулси с различни площи A_1, A_2, \dots, A_N ,



Фигура 2.13: *Модел на Демков-Кунике*. (а) Вероятност за преход в зависимост от статичния детюнинг Δ_0 за единичен импулс, три- и пет-импулсни поредици с фази съответно $(0, \pi/3, 0)$ и $(0, \pi/6, 5\pi/3, \pi/6, 0)$. Скоростта на честотната модулация е $B = 1/T$, а $\Omega_0 = \sqrt{2}/T$. (б) Неточност на профилите от панел (а).

които са по-ефективни от поредици с идентични импулси. Означаваме такива поредици като (действащи отляво надясно)

$$(A_1)_{\phi_1} (A_2)_{\phi_2} \cdots (A_N)_{\phi_N}, \quad (2.60)$$

и общият пропагатор е

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}(A_N, \phi_N) \cdots \mathbf{U}(A_2, \phi_2) \mathbf{U}(A_1, \phi_1). \quad (2.61)$$

Приемаме, че всички площи се отклоняват едновременно,

$$A_k = a_k \alpha, \quad (2.62)$$

където α е факторът на отклонение, а a_k са фиксирани числа, които определят относителните площи на импулсите и които варират за всеки КИ; тези числа се извеждат числено.

Извеждаме ултра-ВВ КИ за пълна инверсия на заселеностите, като изискваме вероятността за липса на преход $\mathbf{Q}(\alpha)$ във всички точки от интервала $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$ да остане под избрания праг на грешка ϵ ,

$$\max\{\mathbf{Q}(\alpha)\} < \epsilon, \quad [\alpha \in (\alpha_{\min}, \alpha_{\max})]. \quad (2.63)$$

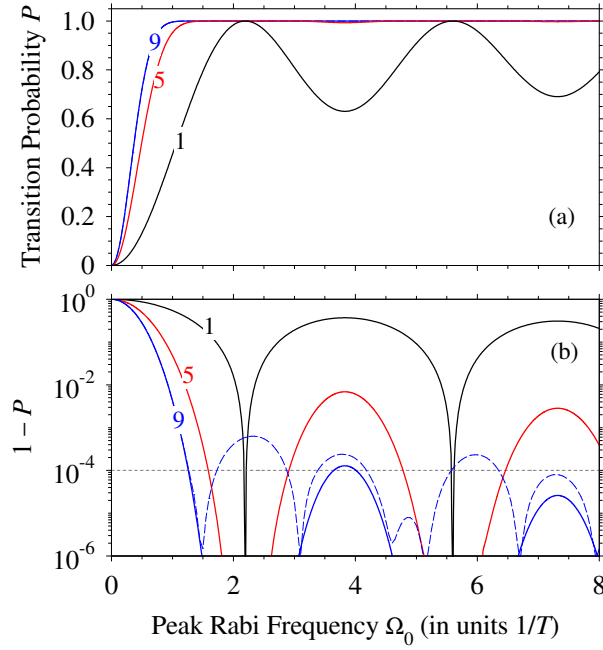
От особено значение е съотношението на *динамичния обхват*

$$r = \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}}. \quad (2.64)$$

което определя ширината на профила, и *минималната обща площ на импулса*

$$A_{\min} = \sum_{k=1}^N A_{k,\min} = \alpha_{\min} \sum_{k=1}^N a_k, \quad (2.65)$$

която съответства на долната граница на интервала с висока точност $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$. A_{\min} определя максималната скорост на инверсията с КИ. За всеки избран брой импулси N и всеки праг на грешка ϵ , ние търсим числено (чрез вариране на параметрите a_k и фазите ϕ_k) максималния възможен динамичен обхват r , за който вероятността за липса на преход във всички точки от интервала $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$ остава под ϵ , като същевременно се стремим към възможно най-малки стойности на общата площ.



Фигура 2.14: *Гаусов модел*. (а) Вероятност за преход в зависимост от пиковата честота на Раби за Гаусова форма на импулса, $\Omega(t) = \Omega_0 e^{-t^2/T^2}$, и линейна честотна модулация, $\Delta(t) = Ct$, с $C = 2/T^2$, за единичен импулс, пет- и девет-импулсни композитни поредици с фази от уравнение (2.55). (б) Неточност на профилите от панел (а).

Ултра-ВВ КИ, изведени по тази рецепта, са изброени в таблица 2.2 в допълнението. Означаваме ги като UVN и ги групираме в три категории по отношение на максимално допустимата грешка ϵ . Критерият за качество е коефициентът на динамичен обхват r , който естествено нараства с броя на съставните импулси N . UV3 КИ използват идентични импулси, докато по-високите КИ включват импулси с нееднакви площи; съотношенията на площите обаче са рационални числа. Отбелязваме също, че за нечетно N КИ са симетрични, докато за четно N са асиметрични. Тези характеристики са резултат от числената максимизация на r и не са зададени предварително. Минималната обща площ на импулса е много скромна: не надвишава 4π , 4.5π и 5π съответно за $\epsilon = 0.01$, 0.001 и 0.0001 . Особено забележително е, че с ултра-ВВ КИ от шест или повече импулса се постига вероятност за преход $\mathcal{P} > 0.99$ за взаимодействия в огромни диапазони, различаващи се с коефициент 10 и повече. Особено впечатляваща е огромната стойност на r от 22.5 за UV9. Обхват r над 10 се постига от UV9 импулса дори за вероятност за преход $\mathcal{P} > 0.999$.

Като еталон за сравнение използваме ширококоленовите импулси VN, които сме извели по-рано [59]. Те са поредици от N идентични импулса (с нечетно N), с фази

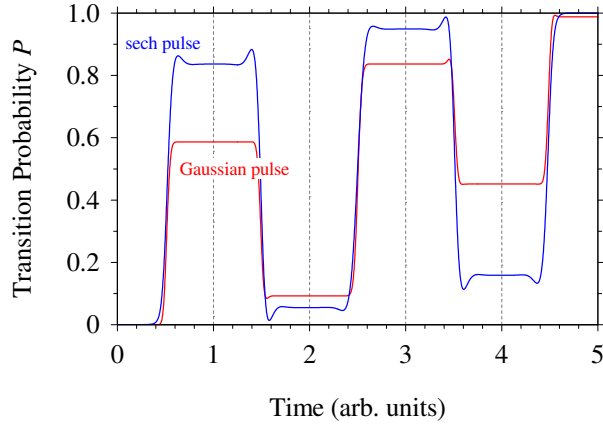
$$\phi_k = \frac{k(k-1)\pi}{N} \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (2.66)$$

Вероятността за липса на преход за тези КИ е $\mathbf{Q} = \cos^{2N}(A/2)$ [61], където A е площта на всеки импулс. Оттук лесно можем да изчислим динамичния обхват на тези КИ за всяко ϵ и всяко N , който е

$$r = \frac{\pi}{\arccos(\epsilon^{1/2N})} - 1. \quad (2.67)$$

Тази формула е валидна и за единичен импулс ($N = 1$); тя дава $r = 1.14$, 1.04 и 1.013 съответно за $\epsilon = 0.01$, 0.001 и 0.0001 . Може да се провери, че динамичните обхвати на UVN КИ, изброени в таблица 2.2, значително надвишават тези на обикновените VN КИ. Например, за $\epsilon = 0.01$ намираме $r = 1.89$, 2.54 , 3.09 , 3.58 и 4.03 съответно за V3, V5, V7, V9 и V11 КИ; тези стойности са далеч под тези за съответните UVN КИ.

Няколко профила на възбуждане са изобразени на фиг. 2.16. За по-лесно сравнение общата площ на импулса на поредицата $\sum_{k=1}^N A_k$ се измерва в единици A_{\min} , така че прозорецът с висока точност се простира от 1 до r . Както може да се види, ултра-ВВ КИ са много по-ширококоленови от съответните ВВ КИ.



Фигура 2.15: *Еволюция във времето*. Вероятност за преход в зависимост от времето за (i) поредица от пет импулса с Гаусова форма, $\Omega(t) = \Omega_0 e^{-t^2/T^2}$, и линейна честотна модулация, $\Delta(t) = Ct$, с $\Omega_0 = 1/T$ и $C = 0.5/T^2$, и (ii) за поредица от пет sech импулса, $\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(t/T)$, с $\Omega_0 = 1/T$ и коефициент на честотна модулация $B = 1/T$.

Фигура 2.17 показва грешката на три профила на инверсия за UV5 КИ с различен праг на грешка ϵ . Естествено, колкото по-голяма е допустимата грешка ϵ , толкова по-широк е съответният профил на инверсия. За сравнение, в горния панел сме добавили и композитния импулс BB1 на Wimperis [36].

Ултра-широколентови композитни поредици от идентични импулси

В някои приложения може да е по-удобно или единствено възможно да се използват идентични импулси с еднаква площ. Все още е възможно да се конструират ултра-ВВ КИ с по-широк профил от стандартните ВВ КИ, макар и с по-тесен профил в сравнение с ултра-ВВ КИ с неидентични импулси. Връщайки се към уравнение (2.62), виждаме, че условието за идентични импулси се свежда до полагане на всички числа $a_k = 1$ ($k = 1, 2, \dots, N$). Тогава параметърът на площта α е равен на площта на всеки съставен импулс в КИ.

За поредица от N идентични резонансни импулса с площ α всеки, но с различни фази,

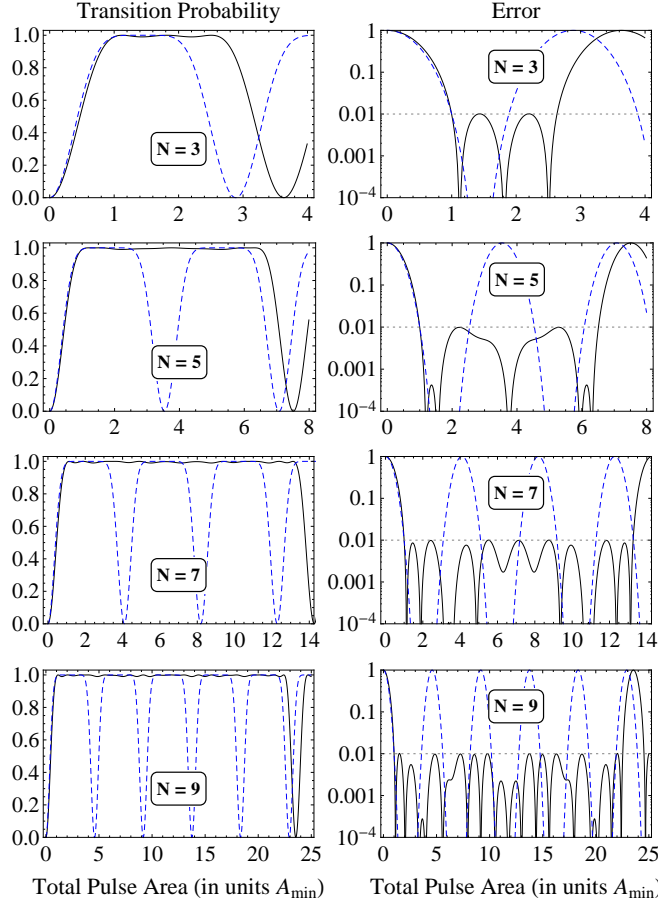
$$\alpha_{\phi_1} \alpha_{\phi_2} \dots \alpha_{\phi_N}, \quad (2.68)$$

общият пропагатор е даден от уравнение (2.59). Използваме същия числен метод за извеждане на тези ултра-ВВ КИ, както и за ултра-ВВ КИ с нееднакви площи по-горе. Числените данни предполагат, че композитните фази трябва да удовлетворяват условието за анаграма $\phi_k = \phi_{N-k+1}$ ($k = 1, 2, \dots, N$). Освен това установихме, че КИ с четен брой импулси се представят по-зле от КИ с по-малък нечетен брой импулси; затова тук разглеждаме само нечетно N .

Представяме изведените ултра-ВВ КИ в таблица 2.3 в допълнението. Коефициентът на динамичен обхват r е с коефициент 1.5 до 2 по-нисък, отколкото за ултра-ВВ КИ с неидентични импулси в таблица 2.2. Все пак стойностите на r са значително по-високи от тези за конвенционалните ВВ КИ, ср. уравнение (2.67). Няколко профила на възбуждане са изобразени на фиг. 2.18. Както може да се види, ултра-ВВ КИ са много по-широколентови от конвенционалните ВВ КИ, но все пак са превъзходани от ултра-ВВ КИ с неидентични импулси.

Ултра-широколентови композитни поредици спрямо площ на импулса и детюнинг

Предложената техника може да бъде разширена за извеждане на ултра-широколентови композитни импулси, които създават профили на възбуждане, устойчиви на площта на импулса и на детюнинга. Това се прави чрез максимизиране на площта в 2D пространството (Ω, Δ) , в която вероятността за преход остава над $1 - \epsilon$. В таблица... показваме явните композитни импулси за поредици от три, пет, седем и девет импулса. Профилът на преход е показан на фиг. 2.19. Отбелязваме тук, че числената оптимизация в този случай позволява известна свобода при задаването на формата, която искаме да максимизираме. Това е демонстрирано на фиг. 2.20, където сме показали профилите на преход за композитна поредица от пет импулса за различни форми на оптимизация.



Фигура 2.16: Вероятност за преход \mathcal{P} (лява колона) и неточност (грешка) $\mathbf{Q} = 1 - \mathcal{P}$ (дясна колона) в зависимост от общата площ на импулса за ултра-ВВ КИ UBN , с $N = 3, 5, 7, 9$ (плътни линии). Параметрите на тези ултра-ВВ КИ са дадени в таблица 2.2, а допустимата грешка е $\epsilon = 0.01$. Прекъснатите линии показват профилите на съответните стандартни ВВ КИ с фази от уравнение (2.66) [59].

2.3.4 Ултра-тяснолентови композитни импулси

Ултра-тяснолентовите (UN) КИ се извеждат по подобен начин на ултра-широколентовите (UB). Този път налагаме вероятността за възбуждане \mathcal{P} да остане под стойността ϵ във възможно най-широки интервали от двете страни на централния пик. Числените симулации дават поредици от идентични импулси с еднаква площ, но с различни (не-анаграмни) фази. Както в предишната подсекция, извеждаме фазите за $N = 3, 5, 7, 9$ и 11. Изброяваме тези резултати в таблица 2.5, където показваме и съотношението r между дясната и лявата граница, извън които грешката е под избрания праг. По-малко r означава по-добра NB поредица.

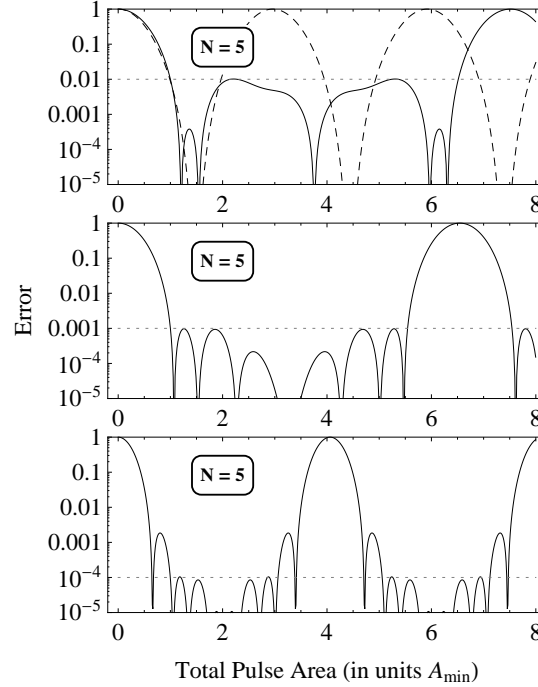
Като еталон за сравнение използваме тяснолентовите импулси NN , които са изведени в [60]. Те са поредици от N идентични импулса (с нечетно N), с фази

$$\phi_{2k} = -\phi_{2k+1} = \frac{2k\pi}{N} \quad (k = 0, 1, \dots, (N-1)/2). \quad (2.69)$$

Вероятността за преход е $\mathcal{P} = \sin^{2N}(\alpha/2)$ [60], където α е площта на всеки импулс. Оттук изчисляваме динамичния обхват на тези КИ, който е

$$r = \frac{\pi}{\arcsin(\epsilon^{1/2N})} - 1. \quad (2.70)$$

Може да се провери, че динамичните обхвати на NN КИ, изброени в таблица 2.5, значително надвишават тези на обикновените NB КИ. Например, за $\epsilon = 0.01$ намираме $r = 5.51, 3.60, 2.91, 2.55$ и 2.32 съответно за $N3, N5, N7, N9$ и $N11$ КИ; тези стойности са далеч над тези за съответните NN КИ.



Фигура 2.17: Грешка на инверсията на заселеностите $\mathbf{Q} = 1 - \mathcal{P}$ в зависимост от общата площ на импулса за ултра-ВВ КИ UB5 за различни стойности на допустимата грешка ϵ . Параметрите на тези ултра-ВВ КИ са дадени в таблица 2.2. Прекъснатата линия в горния панел представлява профила на преход за композитния импулс ВВ1 на Wimperis [36].

Профилите на възбуждане на тези ултра-ВВ КИ са изобразени на фиг. 2.21. Отново, превъзходството на ултра-ВВ КИ над ВВ КИ е очевидно.

2.4 Композитни импулсни поредици за променливи ротации върху сферата на Блох

В тази секция представяме композитни импулсни поредици, които създават произволни предварително зададени ротации на система с две състояния под ъгъл θ върху сферата на Блох. Композитните поредици могат да съдържат произволен брой импулси и могат да компенсират експериментални грешки в амплитудата и продължителността на импулса до произволен желан порядък. Специално внимание е отделено на два класа $\pi/2$ поредици — симетрични и асиметрични — чиито фази са дадени с прости формули като рационални кратни на π за произволен брой съставни импулси. Това позволява конструирането на произволно точни композитни $\pi/2$ ротации. Тези композитни $\pi/2$ поредици се използват за конструиране на три класа произволно дълги композитни θ поредици чрез сдвояване на две композитни $\pi/2$ поредици, едната от които е отместена с фаза $\pi - \theta$ спрямо другата.

2.4.1 Първични композитни θ импулси

Общо описание

Извеждането на θ -импулсите се извършва по подобен начин на този в предишните секции.

Поредица от N импулса, всеки с площ \mathcal{A}_k и фаза ϕ_k ,

$$(\mathcal{A}_1)_{\phi_1} (\mathcal{A}_2)_{\phi_2} (\mathcal{A}_3)_{\phi_3} \cdots (\mathcal{A}_N)_{\phi_N}, \quad (2.71)$$

създава пропагатора

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}_{\phi_N}(\mathcal{A}_N) \cdots \mathbf{U}_{\phi_3}(\mathcal{A}_3) \mathbf{U}_{\phi_2}(\mathcal{A}_2) \mathbf{U}_{\phi_1}(\mathcal{A}_1). \quad (2.72)$$

Таблица 2.2: Ултра-ВВ КИ, съставени от неидентични импулси с различна площ, за стойност на грешката $\epsilon = 0.01, 0.001$ и 0.0001 . Означаваме поредиците с $(A_1)_{\phi_1}(A_2)_{\phi_2} \dots (A_N)_{\phi_N}$, където A_k са индивидуалните площи на импулсите, а ϕ_k са относителните фази. Както A_k , така и ϕ_k са дадени в единици π . A_{\min} и A_{\max} указват минималната и максималната обща площ на импулса на прозореца с висока точност (A_{\min}, A_{\max}), в който $\mathbf{Q} < \epsilon$. Съотношението $r = A_{\max}/A_{\min}$ е мярка за динамичния обхват на КИ (т.е. неговия профил в единици минимална площ A_{\min}). Отбележете, че за нечетно N КИ са симетрични, докато за четно N са асиметрични.

КИ	композишна поредица ($\epsilon = 0.01$)	A_{\min}	A_{\max}	r
UB3	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.586\pi}, (\alpha)_0$	1.65π	4.35π	2.63
UB4	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.454\pi}, (\alpha)_{0.967\pi}, (2\alpha)_{0.204\pi}$	1.96π	8.04π	4.10
UB5	$(\alpha)_0, (3\alpha)_{0.710\pi}, (\alpha)_{1.351\pi}, (3\alpha)_{0.710\pi}, (\alpha)_0$	2.40π	15.60π	6.51
UB6	$(4\alpha)_0, (2\alpha)_{0.853\pi}, (\alpha)_{0.289\pi}, (\alpha)_{0.779\pi}, (4\alpha)_{0.108\pi}, (\alpha)_{1.333\pi}$	2.40π	23.60π	9.81
UB7	$(3\alpha)_0, (8\alpha)_{0.656\pi}, (4\alpha)_{1.249\pi}, (6\alpha)_{0.468\pi}, (4\alpha)_{1.249\pi}, (8\alpha)_{0.656\pi}, (3\alpha)_0$	2.52π	33.48π	13.27
UB8	$(\alpha)_0, (8\alpha)_{0.658\pi}, (4\alpha)_{0.906\pi}, (16\alpha)_{1.994\pi}, (8\alpha)_{0.833\pi}, (4\alpha)_{0.292\pi}, (12\alpha)_{0.823\pi}, (9\alpha)_{1.955\pi}$	3.60π	58.40π	16.22
UB9	$(3\alpha)_0, (4\alpha)_{0.762\pi}, (4\alpha)_{1.163\pi}, (9\alpha)_{0.270\pi}, (3\alpha)_{1.568\pi}, (9\alpha)_{0.270\pi}, (4\alpha)_{1.163\pi}, (4\alpha)_{0.762\pi}, (3\alpha)_0$	3.65π	82.34π	22.54
КИ	композишна поредица ($\epsilon = 0.001$)	A_{\min}	A_{\max}	r
UB3	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.631\pi}, (\alpha)_0$	2.06π	3.94π	1.91
UB4	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.556\pi}, (\alpha)_{1.071\pi}, (2\alpha)_{0.217\pi}$	2.81π	7.19π	2.56
UB5	$(\alpha)_0, (3\alpha)_{0.722\pi}, (\alpha)_{1.387\pi}, (3\alpha)_{0.722\pi}, (\alpha)_0$	2.75π	15.25π	5.55
UB6	$(\alpha)_0, (6\alpha)_{0.681\pi}, (2\alpha)_{0.409\pi}, (6\alpha)_{1.347\pi}, (6\alpha)_{0.627\pi}, (\alpha)_{0.020\pi}$	3.25π	18.75π	5.77
UB7	$(\alpha)_0, (2\alpha)_{0.508\pi}, (4\alpha)_{0.010\pi}, (8\alpha)_{0.768\pi}, (4\alpha)_{0.010\pi}, (2\alpha)_{0.508\pi}, (\alpha)_0$	2.77π	19.23π	6.94
UB8	$(4\alpha)_0, (2\alpha)_{0.881\pi}, (\alpha)_{0.358\pi}, (\alpha)_{1.861\pi}, (4\alpha)_{0.774\pi}, (2\alpha)_{1.842\pi}, (2\alpha)_{0.144\pi}, (\alpha)_{1.971\pi}$	3.62π	30.38π	8.38
UB9	$(3\alpha)_0, (\alpha)_{0.737\pi}, (4\alpha)_{0.093\pi}, (2\alpha)_{1.061\pi}, (3\alpha)_{0.823\pi}, (2\alpha)_{1.061\pi}, (4\alpha)_{0.093\pi}, (\alpha)_{0.737\pi}, (3\alpha)_0$	4.12π	41.88π	10.17
КИ	композишна поредица ($\epsilon = 0.0001$)	A_{\min}	A_{\max}	r
UB3	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.651\pi}, (\alpha)_0$	2.36π	3.64π	1.55
UB4	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.608\pi}, (3\alpha)_{0.083\pi}, (2\alpha)_{0.994\pi}$	4.58π	9.42π	2.06
UB5	$(\alpha)_0, (3\alpha)_{0.731\pi}, (\alpha)_{1.392\pi}, (3\alpha)_{0.731\pi}, (\alpha)_0$	4.43π	13.57π	3.07
UB6	$(\alpha)_0, (2\alpha)_{0.754\pi}, (\alpha)_{0.804\pi}, (\alpha)_{1.470\pi}, (3\alpha)_{0.782\pi}, (\alpha)_{0.039\pi}$	3.29π	14.71π	4.47
UB7	$(\alpha)_0, (\alpha)_{0.741\pi}, (2\alpha)_{0.437\pi}, (3\alpha)_{1.749\pi}, (2\alpha)_{0.437\pi}, (\alpha)_{0.741\pi}, (\alpha)_0$	3.40π	18.60π	5.48
UB8	$(4\alpha)_0, (2\alpha)_{0.914\pi}, (\alpha)_{0.426\pi}, (\alpha)_{1.927\pi}, (4\alpha)_{0.816\pi}, (2\alpha)_{1.854\pi}, (2\alpha)_{0.116\pi}, (\alpha)_{1.951\pi}$	4.58π	29.42π	6.42
UB9	$(3\alpha)_0, (\alpha)_{0.744\pi}, (4\alpha)_{0.111\pi}, (2\alpha)_{1.082\pi}, (3\alpha)_{0.856\pi}, (2\alpha)_{1.082\pi}, (4\alpha)_{0.111\pi}, (\alpha)_{0.744\pi}, (3\alpha)_0$	4.83π	41.17π	8.53

Таблица 2.3: Ултра-ВВ КИ, съставени от идентични импулси с еднаква площ $\alpha_{\phi_1}\alpha_{\phi_2} \dots \alpha_{\phi_N}$ за стойност на грешката $\epsilon = 0.01, 0.001$ и 0.0001 . За краткост изброяваме само фазите на тези КИ $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$, които са дадени в единици π . α_{\min} и α_{\max} указват минималната и максималната стойност на прозореца с висока точност ($\alpha_{\min}, \alpha_{\max}$), в който $\mathbf{Q} < \epsilon$. Съотношението $r = \alpha_{\max}/\alpha_{\min}$ е мярка за динамичния обхват на КИ. Три-импулсните поредици са същите като в таблица 2.2 и са дадени тук за пълнота. Всички КИ са симетрични.

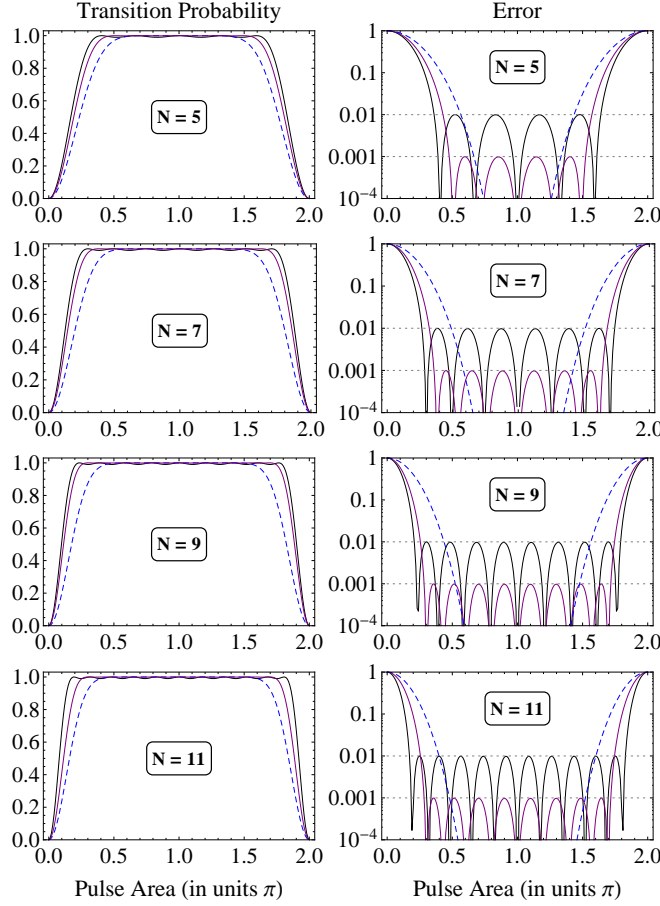
КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.01$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UB3e	$(0, 0.586, 0)\pi$	0.550π	1.450π	2.64
UB5e	$(0, 0.653, 0.416, 0.653, 0)\pi$	0.360π	1.640π	4.55
UB7e	$(0, 0.673, 0.550, 0.849, 0.550, 0.673, 0)\pi$	0.265π	1.735π	6.56
UB9e	$(0, 0.167, 0.848, 0.525, 0.450, 0.525, 0.848, 0.167, 0)\pi$	0.208π	1.792π	8.61
UB11e	$(0, 0.428, 0.476, 1.026, 0.674, 0.381, 0.674, 1.026, 0.476, 0.428, 0)\pi$	0.171π	1.829π	10.68
КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.001$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UB3e	$(0, 0.631, 0)\pi$	0.688π	1.312π	1.91
UB5e	$(0, 0.716, 0.424, 0.716, 0)\pi$	0.476π	1.525π	3.20
UB7e	$(0, 0.607, 0.815, 0.207, 0.815, 0.607, 0)\pi$	0.357π	1.643π	4.60
UB9e	$(0, 0.221, 0.974, 0.565, 0.466, 0.565, 0.974, 0.221, 0)\pi$	0.284π	1.716π	6.05
UB11e	$(0, 0.145, 0.571, 1.812, 1.561, 1.494, 1.561, 1.812, 0.571, 0.145, 0)\pi$	0.235π	1.765π	7.52
КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.0001$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UB3e	$(0, 0.651, 0)\pi$	0.786π	1.214π	1.55
UB5e	$(0, 0.750, 0.420, 0.750, 0)\pi$	0.576π	1.424π	2.47
UB7e	$(0, 0.660, 0.821, 0.161, 0.821, 0.660, 0)\pi$	0.442π	1.558π	3.53
UB9e	$(0, 0.266, 1.062, 0.589, 0.468, 0.589, 1.062, 0.266, 0)\pi$	0.356π	1.644π	4.63
UB11e	$(0, 0.802, 0.719, 1.213, 1.034, 1.338, 1.034, 1.213, 0.719, 0.802, 0)\pi$	0.296π	1.704π	5.77

Таблица 2.4: Двумерни ултра-ВВ КИ, съставени от неидентични правоъгълни импулси с различна продължителност $(T_1)_{\phi_1}(T_2)_{\phi_2} \dots (T_N)_{\phi_N}$, където T се измерва в произволни единици за време τ , а фазите са в единици π . Всички КИ са симетрични.

КИ	композишна поредица
UB3	$(0.415)_0, (1.586)_{0.616}, (0.415)_0$
UB5a	$(0.315)_0, (0.738)_{0.829}, (1.771)_{1.317}, (0.738)_{0.829}, (0.315)_0$
UB5b	$(0.321)_0, (0.730)_{0.828}, (1.728)_{1.320}, (0.730)_{0.828}, (0.321)_0$
UB5c	$(0.310)_0, (0.736)_{0.819}, (1.779)_{1.292}, (0.736)_{0.819}, (0.310)_0$
UB7	$(0.259)_0, (0.654)_{0.902}, (0.839)_{1.600}, (1.781)_{1.971},$ $(0.839)_{1.600}, (0.654)_{0.902}, (0.259)_0$
UB9	$(0.259)_0, (0.662)_{0.933}, (0.856)_{1.706}, (0.884)_{0.201},$ $(1.133)_{0.374}, (0.884)_{0.201}, (0.856)_{1.706},$ $(0.662)_{0.933}, (0.259)_0$

Таблица 2.5: Ултра-НВ композитни поредици от идентични импулси с еднаква площ $\alpha_{\phi_1}\alpha_{\phi_2} \dots \alpha_{\phi_N}$ за стойности на грешката $\epsilon = 0.01, 0.001$ и 0.0001 . За краткост изброяваме само фазите на тези КИ $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$. α_{\min} и α_{\max} указват границите на прозорците без преход $(0, \alpha_{\min})$ и $(\alpha_{\max}, 2\pi)$, в които $\mathcal{P} < \epsilon$ (положили сме $\alpha_{\max} = 2\pi - \alpha_{\min}$, за да направим профилите симетрични). Съотношението $r = \alpha_{\max}/\alpha_{\min}$ е мярка за ширината на КИ, като по-ниските стойности на r означават по-добър UN КИ.

КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.01$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UN3	$(0, 0.587, 1.174)\pi$	0.450π	1.550π	3.45
UN5	$(0, 0.238, 1.580, 0.923, 1.161)\pi$	0.637π	1.363π	2.14
UN7	$(0, 0.124, 1.820, 0.502, 1.183,$ $0.879, 1.003)\pi$	0.732π	1.268π	1.73
UN9	$(0, 0.335, 0.677, 1.270, 0.938, 0.605,$ $1.199, 1.540, 1.875)\pi$	0.788π	1.211π	1.54
UN11	$(0, 0.281, 0.313, 1.784, 0.100, 0.597,$ $1.094, 1.411, 0.883, 0.917, 1.200)\pi$	0.827π	1.173π	1.42
КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.001$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UN3	$(0, 0.631, 1.262)\pi$	0.313π	1.687π	5.38
UN5	$(0, 0.295, 1.575, 0.856, 1.151)\pi$	0.520π	1.481π	2.85
UN7	$(0, 0.612, 0.409, 1.796, 1.182,$ $0.980, 1.591)\pi$	0.640π	1.360π	2.13
UN9	$(0, 0.417, 0.837, 1.471, 1.055, 0.639,$ $1.273, 1.693, 0.110)\pi$	0.713π	1.287π	1.81
UN11	$(0, 0.776, 0.859, 1.313, 1.472, 1.744,$ $0, 0.153, 0.576, 0.643, 1.399)\pi$	0.761π	1.239π	1.63
КИ	$(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ ($\epsilon = 0.0001$)	α_{\min}	α_{\max}	r
UN3	$(0, 0.650, 1.301)\pi$	0.215π	1.785π	8.28
UN5	$(0, 0.332, 1.580, 0.828, 1.160)\pi$	0.422π	1.578π	3.74
UN7	$(0, 0.663, 0.506, 1.842, 1.178,$ $1.021, 1.684)\pi$	0.555π	1.445π	2.60
UN9	$(0, 0.478, 0.959, 1.610, 1.132, 0.654,$ $1.306, 1.786, 0.265)\pi$	0.641π	1.359π	2.12
UN11	$(0, 0.804, 0.889, 1.387, 1.568, 1.875,$ $0.183, 0.364, 0.863, 0.948, 1.753)\pi$	0.702π	1.298π	1.85



Фигура 2.18: Вероятност за преход \mathcal{P} (лява колона) и неточност (грешка) $\mathbf{Q} = 1 - \mathcal{P}$ (дясна колона) в зависимост от площта на единичен импулс α за ултра-ВВ КИ, съставени от идентични импулси, за $N = 5, 7, 9, 11$ (плътни линии). Композитните фази са дадени в таблица 2.3, а допустимата грешка е зададена на $\epsilon = 0.01$ и $\epsilon = 0.001$. Прекъснатите сини линии сравняват профилите на съответните стандартни ВВ КИ, с фази, взети от [59].

Броят на импулсите N може да бъде четен или нечетен.

В този труд, въз основа на числени данни, се разглеждат три вида композитни импулсни поредици,

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} \cdots B_{\phi_{N-1}} B_{\phi_N}, \quad (2.73a)$$

$$B_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} \cdots B_{\phi_{N-1}} A_{\phi_N}, \quad (2.73б)$$

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} \cdots B_{\phi_{N-1}} A_{\phi_N}, \quad (2.73в)$$

където $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ е номинален (за нулева грешка, $\epsilon = 0$) $\pi/2$ импулс, а $B = 2A = \pi(1 + \epsilon)$ е номинален π импулс. Първите две поредици са асиметрични по отношение на площите на индивидуалните импулси, а последната е симетрична. Трите вида поредици са илюстрирани на фиг. 2.22.

Основният фокус в този труд е върху вероятността за преход $P^{(N)} = |\mathbf{U}_{12}^{(N)}|^2$, или инверсията на заселеностите $w^{(N)} = 2P^{(N)} - 1$. Целта е да се създаде предварително зададената вероятност

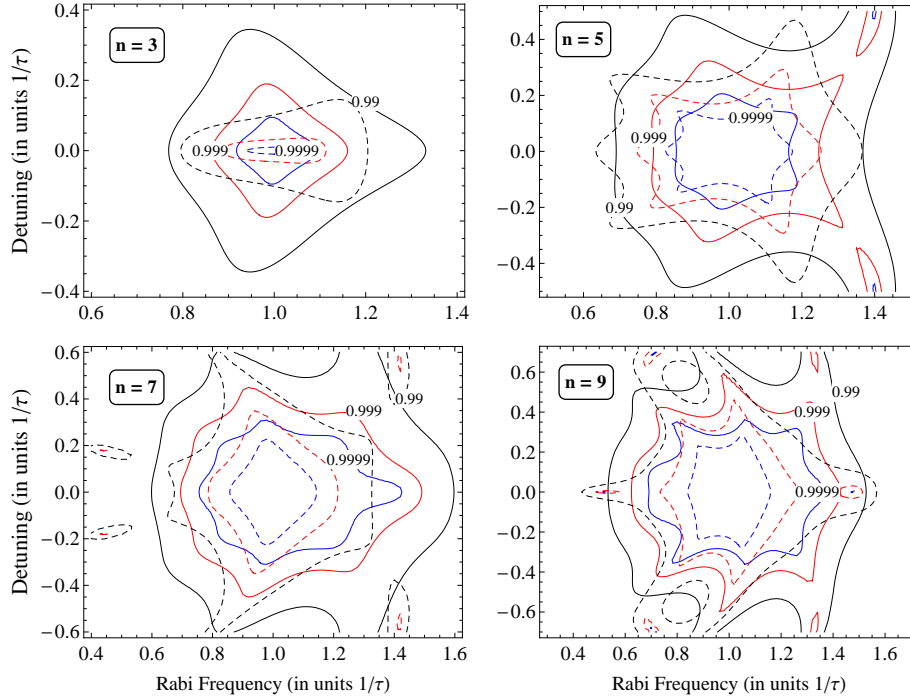
$$\mathcal{P}_\theta = \sin^2(\theta/2), \quad (2.74)$$

т.е. желаем да генерираме композитен θ импулс.

Единичен θ импулс дава вероятност за преход

$$P^{(1)} = \sin^2[\frac{1}{2}\theta(1 + \epsilon)] = \mathcal{P}_\theta[1 + \theta \cot(\theta/2)\epsilon + \cdots]. \quad (2.75)$$

Той е точен само до първи порядък на грешката, $O(\epsilon)$. Целта на композитните поредици е да направят композитната вероятност $P^{(N)}$ равна на целевата вероятност \mathcal{P}_θ при номиналната площ на импулса (т.е.



Фигура 2.19: Вероятност за преход \mathcal{P} в зависимост от честотата на Раби и детюнинга за ултра-ВВ КИ за композитна поредица от три, пет, седем и девет импулса. Сините, червените и черните плътни линии съответстват на различни стойности на допустимата грешка $\epsilon = 0.0001$, $\epsilon = 0.001$ и $\epsilon = 0.01$. Сините, червените и черните прекъснати линии са съответните линии за универсалните композитни импулси, изведени в [62]

за нулева грешка) на композитната поредица и нечувствителна към вариации на площта на импулса, т.е. нечувствителна към отклонения в най-високия възможен порядък m на безразмерната грешка ϵ , $O(\epsilon^m)$.

Процедурата за извеждане на композитните поредици е много проста. Първо се изчислява пропагаторът (2.72) за избраната композитна поредица. След това се изчислява вероятността за преход $P^{(N)} = |\mathbf{U}_{12}^{(N)}|^2$ и се разлага в степенен ред по ϵ . Коефициентите в този ред зависят от композитните фази ϕ_k . Композитните фази се определят, като се приравни водещият член от нулев порядък $O(\epsilon^0)$ на целевата вероятност \mathcal{P}_θ и се анулират възможно най-много последващи коефициенти от реда. Първият ненулев член в реда след $O(\epsilon^0)$ (да речем, ϵ^m) определя порядъка на компенсация на грешката на композитната поредица, $O(\epsilon^m)$.

Важно е да се отбележи, че (i) ако $\{\phi_1, \dots, \phi_N\}$ е решение, тогава и $\{-\phi_1, \dots, -\phi_N\}$ е решение, което дава същата вероятност за преход. Също така, (ii) ако $\{\phi_1, \dots, \phi_N\}$ е решение, тогава и $\{\phi_1 + 2k_1\pi, \dots, \phi_N + 2k_N\pi\}$ е еквивалентно решение за произволни цели числа k_j . Освен това, (iii) една композитна поредица, приложена отляво надясно, създава същата вероятност за преход като същата поредица, приложена отдясно наляво (въпреки че двете създават различни пропагатори). Накрая, (iv) ако към всички фази в поредицата се добави едно и също фазово отместване ϕ_0 , вероятността за преход остава същата. Тези четири характеристики позволяват, при дадена композитна импулсна поредица, да се конструират няколко други еквивалентни поредици, които дават абсолютно същата вероятност за преход.

Общата фаза на поредицата е без значение, следователно една от фазите може да бъде положена на нула. В повечето случаи избираме фазата на първия импулс, $\phi_1 = 0$.

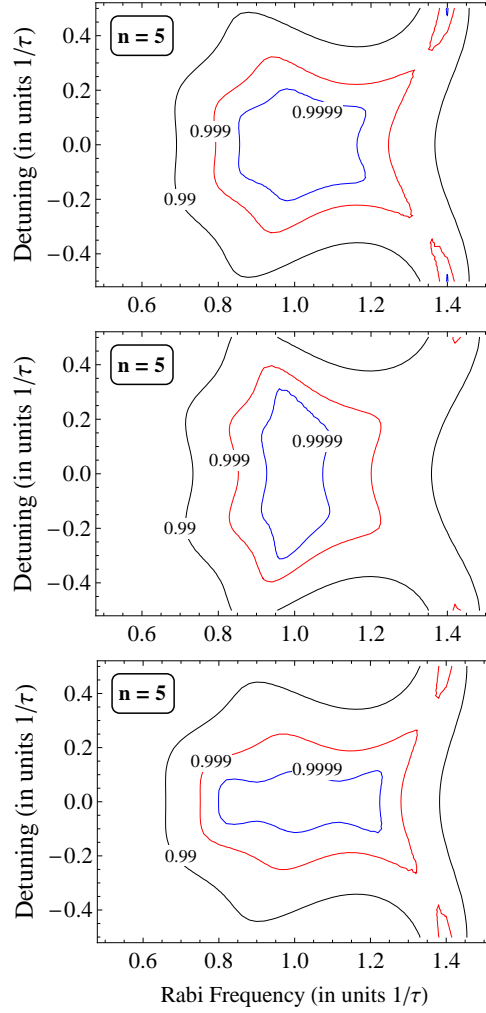
Два импулса

Двуимпулсната композитна поредица гласи (вж. фиг. 2.23)

$$\Theta_2 = A_0 A_{\phi_2}, \quad (2.76)$$

където, както и преди, $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ означава номинален $\pi/2$ импулс. Следователно общата номинална площ на импулса е просто π . Вероятността за преход се изчислява лесно,

$$P^{(2)} = \cos^2(\frac{1}{2}\pi\epsilon) \cos^2(\frac{1}{2}\phi_2). \quad (2.77)$$



Фигура 2.20: Вероятност за преход \mathcal{P} в зависимост от честотата на Раби и детюнинга за ултра-ВВ КИ за композитна поредица от пет импулса с различни форми на оптимизация. Сините, червените и черните линии съответстват на различни стойности на допустимата грешка $\epsilon = 0.0001$, $\epsilon = 0.001$ и $\epsilon = 0.01$.

Очевидно, за дадена целева вероятност за преход \mathcal{P}_θ , фазата ϕ_2 трябва да бъде избрана като

$$\phi_2 = \pi - \theta \quad \text{или} \quad \phi_2 = \pi + \theta, \quad (2.78)$$

където $\theta = \arccos(1 - 2\mathcal{P}_\theta)$. Например, вероятности за преход от $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$ се реализират с фази ϕ_2 , равни съответно на $\frac{2}{3}\pi$, $\frac{1}{2}\pi$ и $\frac{1}{3}\pi$.

Композитната вероятност за преход (2.77) е точна до втори порядък по ϵ ,

$$P^{(2)} = \mathcal{P}_\theta \left[1 - \left(\frac{1}{2}\pi\epsilon\right)^2 + \dots \right]. \quad (2.79)$$

Това е квадратично подобрене в сравнение с единичен θ импулс, който е точен само до първи порядък, уравнение (2.75).

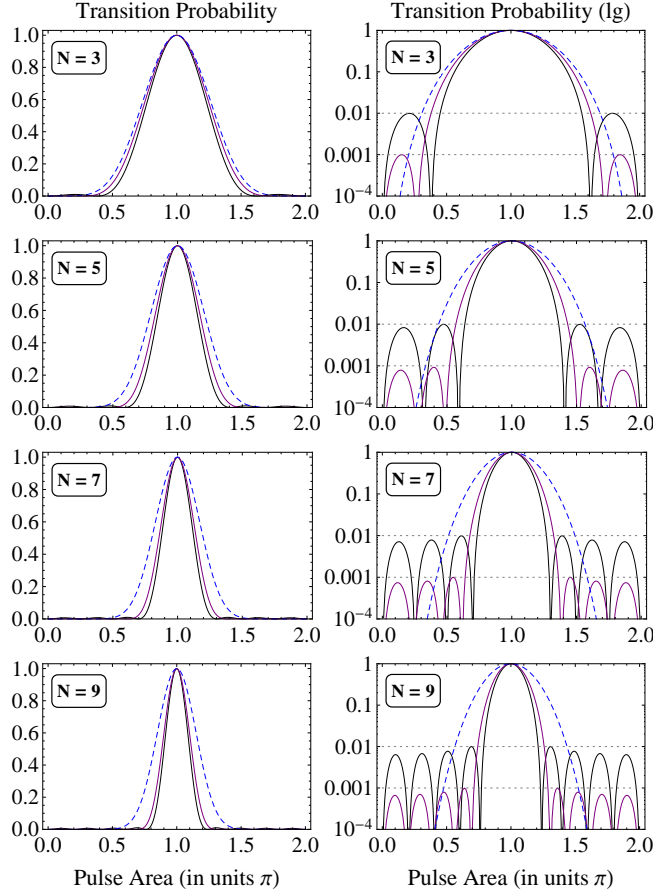
За $\mathcal{P}_\theta = 1$ композитната фаза е $\phi_2 = 0$ и уравнение (2.77) се свежда до решението за резонансен π -импулс, $P^{(2)} = \cos^2(\frac{1}{2}\pi\epsilon) = \sin^2(\frac{1}{2}\pi(1 + \epsilon))$.

Няколко двумимпулсни композитни поредици от тип (2.76) са изброени в таблица 2.6.

Три импулса

Три-импулсните композитни поредици имат формата (вж. фиг. 2.23)

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} A_{\phi_3}. \quad (2.80)$$



Фигура 2.21: Вероятност за преход \mathcal{P} в абсолютна скала (лява колона) и в логаритмична скала (дясна колона) като функция на площта на единичен импулс за UNB КИ, за $N = 3, 5, 7, 9$ (плътни линии). Толерансът на грешката е $\epsilon = 0.01$ и $\epsilon = 0.001$, а композитните фази са дадени в таблица 2.5. Прекъснатите линии показват профилите на съответните стандартни NB КИ с фази от уравнение (2.69) [60].

с $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ и $B = \pi(1 + \epsilon)$. Следователно общата номинална площ на импулса е 2π .

Изразът за вероятността за преход $P^{(3)}$ е твърде тромав, за да бъде представен тук. Композитните фази се определят чрез разлагане на $P^{(3)}$ спрямо грешката ϵ , приравняване на водещия член на желаната вероятност $\mathcal{P}_\theta = \sin^2(\theta/2)$ и анулиране на първия ненулев член (който е от порядъка на $O(\epsilon^2)$). Получените композитни поредици са

$$A_\beta B_\alpha A_{-\beta}, \quad (2.81a)$$

$$A_{-\beta} B_\alpha A_\beta, \quad (2.81б)$$

$$A_0 B_{\alpha-\beta} A_{-2\beta}, \quad (2.81в)$$

$$A_0 B_{\alpha+\beta} A_{2\beta}, \quad (2.81г)$$

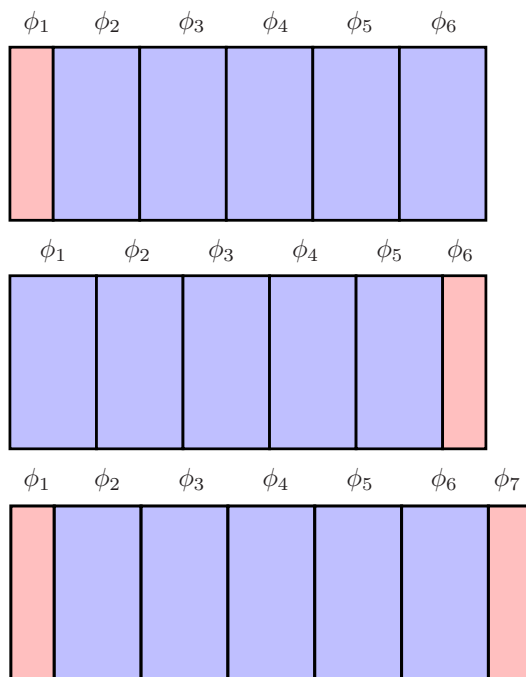
с

$$\alpha = \frac{\theta}{2}, \quad (2.82a)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\sqrt{\mathcal{P}_\theta} - \sqrt{1 - \mathcal{P}_\theta} \right) = \cos^{-1} \left(\sqrt{2} \sin \frac{2\theta - \pi}{4} \right). \quad (2.82б)$$

Последните три решения могат да бъдат получени от първото (2.81a), като се използват трансформациите, запазващи вероятността, описани в секция 2.4.1. Всички решения (2.81) са еквивалентни в смисъл, че създават една и съща вероятност за преход,

$$P^{(3)} = \mathcal{P}_\theta \left(1 - \sin^4 \frac{\pi\epsilon}{2} \right). \quad (2.83)$$



Фигура 2.22: Композитни импулсни поредици, разгледани в този труд, уравнения (2.73). Горe: единичен номинален $\pi/2$ импулс, последван от поредица от номинални π импулси. Среда: поредица от номинални π импулси, последвана от единичен номинален $\pi/2$ импулс. Долу: поредица от номинални π импулси, предшества и последвана от единични номинални $\pi/2$ импулси.

Композитната вероятност за преход (2.83) е точна до четвърти порядък по ϵ ,

$$P^{(3)} = \mathcal{P}_\theta \left[1 - \left(\frac{1}{2}\pi\epsilon\right)^4 + \dots \right]. \quad (2.84)$$

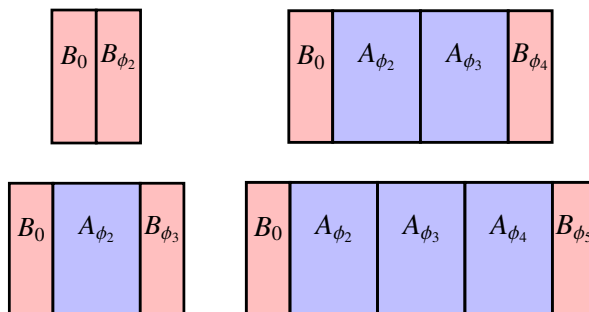
Следователно се получава квадратично подобрене спрямо двумимулсната поредица (2.76), която е точна до $O(\epsilon^2)$.

Няколко три-импулсни композитни поредици от тип (2.81г) са изброени в таблица 2.6.

Четири импулса

Изведохме два класа четири-импулсни композитни θ поредици. Първият клас поредици има формата (вж. фиг. 2.23)

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} A_{\phi_4}, \quad (2.85)$$



Фигура 2.23: Първични композитни θ -импулси — композитни поредици от 2, 3, 4 и 5 импулса с фазите от таблица 2.6.

\mathcal{P}_θ	2 импулса $A_0 A_{\phi_2}$	3 импулса $A_0 B_{\phi_2} A_{\phi_3}$	4 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} A_{\phi_4}$	5 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} A_{\phi_5}$	6 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} A_{\phi_6}$
	ϕ_1, ϕ_2	ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3	$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$	$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$	$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$
$\frac{1}{10}$	0, 0.7952	0, 0.8204, 1.4359	0, 1.4618, 0.7952	0, 0.5033, 1.6110, 1.1032, 1.7861	0, 0.3952, 1.1952, 0.7952
	0, 0.7699	0, 0.8127, 1.3954	0, 1.4366, 0.7699	0, 0.4891, 1.5988, 1.1258, 1.8022	0, 0.3699, 1.1699, 0.7699
	0, 0.7323	0, 0.8022, 1.3367	0, 1.3990, 0.7323	0, 0.4698, 1.5821, 1.1599, 1.8275	0, 0.3323, 1.1323, 0.7323
	0, 0.7048	0, 0.7952, 1.2952	0, 1.3715, 0.7048	0, 0.4569, 1.5710, 1.185, 1.8467	0, 0.3048, 1.1048, 0.7048
	$0, \frac{2}{3}$	0, 0.7859, 1.2386	$0, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}$	0, 0.4401, 1.5564, 1.2201, 1.8743	$0, \frac{2}{3}, \frac{8}{5}, \frac{4}{15}, \frac{16}{15}, \frac{2}{3}$
	0, 0.6082	0, 0.7728, 1.1537	0, 1.2748, 0.6082	0, 0.4162, 1.5357, 1.2743, 1.9177	0, 0.2082, 1.0082, 0.6082
	$0, \frac{1}{2}$	$0, \frac{3}{4}, 1$	$0, \frac{2}{3}, \frac{7}{6}, \frac{1}{2}$	$0, \frac{3}{8}, \frac{3}{2}, \frac{11}{8}, 0$	$0, \frac{2}{5}, \frac{8}{5}, \frac{1}{10}, \frac{9}{10}, \frac{1}{2}$
	0, 0.3918	0, 0.7272, 0.8463	0, 1.0585, 0.3918	0, 0.3338, 1.4643, 1.4757, 0.0823	0, 1.9918, 0.7918, 0.3918
	$0, \frac{1}{3}$	0, 0.7141, 0.7614	$0, \frac{2}{3}, 1, \frac{1}{3}$	0, 0.3099, 1.4436, 1.5299, 0.1257	$0, \frac{2}{5}, \frac{8}{3}, \frac{29}{15}, \frac{11}{15}, \frac{1}{3}$
	0, 0.2952	0, 0.7048, 0.7048	0, 0.9618, 0.2952	0, 0.2931, 1.4291, 1.565, 0.1533	0, 1.8952, 0.6952, 0.2952
	0, 0.2677	0, 0.6978, 0.6633	0, 0.9344, 0.2677	0, 0.2802, 1.4179, 1.5901, 0.1725	0, 1.8677, 0.6677, 0.2677
	0, 0.2301	0, 0.6873, 0.6047	0, 0.8967, 0.2301	0, 0.2609, 1.4013, 1.6242, 0.1979	0, 1.8301, 0.6301, 0.2301
	0, 0.2048	0, 0.6796, 0.5641	0, 0.8715, 0.2048	0, 0.2467, 1.3890, 1.6468, 0.2139	0, 1.8048, 0.6048, 0.2048

Таблица 2.6: Фази на композитни импулсни поредици, които създават вероятност за преход $\mathcal{P}_\theta = \sin^2(\theta/2)$. Всички фази са дадени в единици π .

с $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ и $B = \pi(1 + \epsilon)$. Следователно общата номинална площ на импулса е 3π . Композитните фази се определят както за поредиците от два и три импулса по-горе. Две примерни композитни поредици са

$$A_0 B_{\frac{2}{3}\pi} B_{\theta - \frac{1}{3}\pi} A_{\theta + \pi}, \quad (2.86a)$$

$$A_0 B_{\frac{2}{3}\pi} B_{\frac{5}{3}\pi - \theta} A_{\pi - \theta}. \quad (2.86b)$$

Решенията (2.86) създават една и съща вероятност за преход,

$$P^{(4)} = \mathcal{P}_\theta \left(1 - \sin^6 \frac{\pi\epsilon}{2} \right), \quad (2.87)$$

която е точна до шести порядък по ϵ ,

$$P^{(4)} = \mathcal{P}_\theta \left[1 - \left(\frac{1}{2}\pi\epsilon \right)^6 + \dots \right]. \quad (2.88)$$

Следователно се получава кубично подобрение спрямо двумимпулсната поредица (2.76), която е точна до порядък $O(\epsilon^2)$. Няколко четири-импулсни композитни поредици от тип (2.86b) са изброени в таблица 2.6.

Вторият клас поредици има формата

$$A_{\phi_1} A_{\phi_2} A_{\phi_3} A_{\phi_4}. \quad (2.89)$$

Следователно общата номинална площ на импулса е 2π . Две примерни композитни поредици са

$$A_0 A_{\frac{1}{2}\pi} A_{\theta - \frac{1}{2}\pi} A_{\theta + \pi}, \quad (2.90a)$$

$$A_0 A_{\frac{3}{2}\pi} A_{\theta + \frac{1}{2}\pi} A_{\theta + \pi}. \quad (2.90b)$$

Поредиците (2.90) създават вероятност за преход

$$P^{(3)} = \mathcal{P}_\theta \left(1 - \sin^4 \frac{\pi\epsilon}{2} \right). \quad (2.91)$$

Композитната вероятност за преход (2.91) е точна до четвърти порядък по ϵ , $O(\epsilon^4)$, също както три-импулсните поредици с номинална обща площ на импулса 2π .

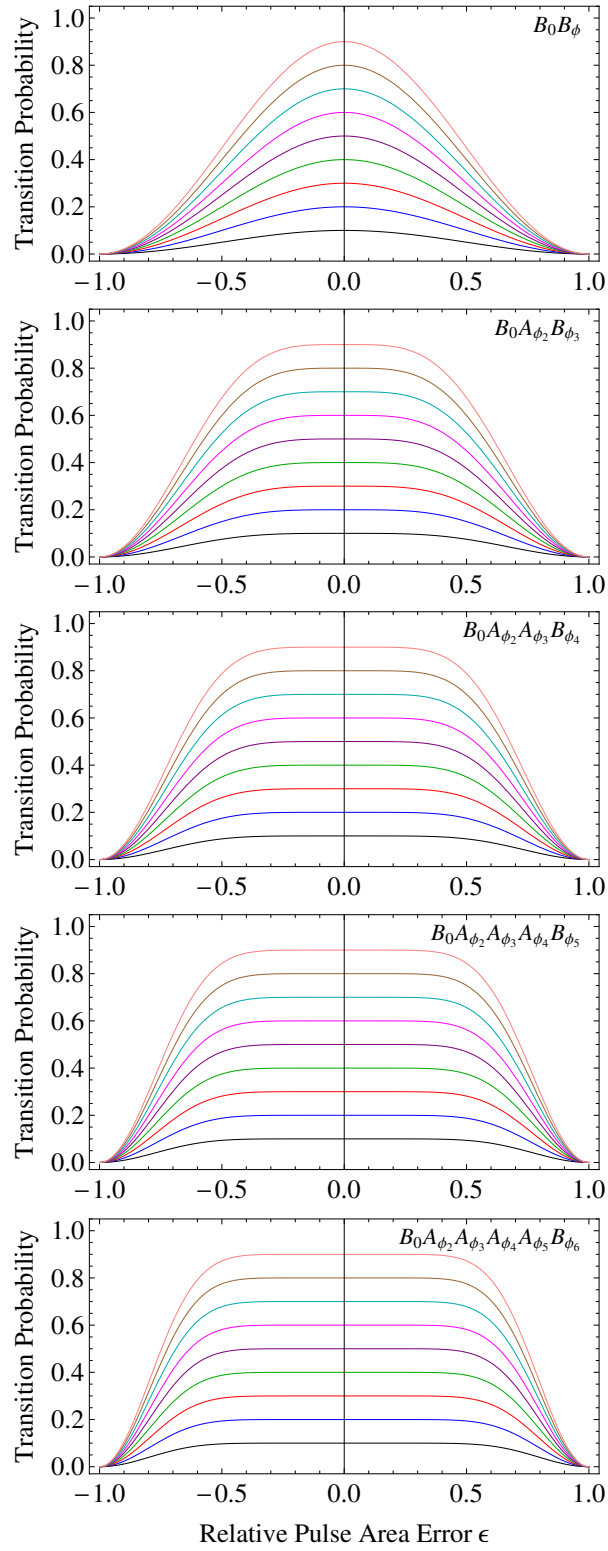
Повече от четири импулса

Пет- и шест-импулсните композитни поредици имат структурата

$$A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} A_{\phi_5}, \quad (2.92a)$$

$$A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} A_{\phi_6}, \quad (2.92b)$$

с $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ и $B = \pi(1 + \epsilon)$. Следователно общата номинална площ на импулса е съответно 4π и 5π . Композитните фази ϕ_k се определят числено по същата процедура, както по-горе. Няколко пет- и шест-импулсни композитни поредици са изброени в таблица 2.6. Съществуват множество решения за композитните



Фигура 2.24: Вероятности за преход, индуцирани от композитни θ -импулси — композитни поредици от 2 до 6 импулса с фазите от таблица 2.6. Кривите във всеки панел показват вероятността за преход, фиксирана на нива 0.1, 0.2, ..., 0.9.

фази, водещи до една и съща вероятност за преход,

$$P^{(5)} = \mathcal{P}_\theta \left(1 - \sin^8 \frac{\pi\epsilon}{2} \right), \quad (2.93a)$$

$$P^{(6)} = \mathcal{P}_\theta \left(1 - \sin^{10} \frac{\pi\epsilon}{2} \right). \quad (2.93b)$$

Те са точни съответно до порядъци $O(\epsilon^8)$ и $O(\epsilon^{10})$. Композитни поредици с по-голям брой импулси се извеждат по подобен начин.

Профилите на преход на композитните θ поредици от 2 до 6 импулса са представени на фиг. 2.24. Очевидно, колкото по-голям е броят на импулсите, толкова по-плосък е профилът на възбуждане.

2.4.2 Композитни полу- π импулси

Както се вижда от таблица 2.6, фазите за композитните $\pi/2$ импулси са дадени като рационални кратни на π . Оказва се, че съществуват прости аналитични формули за произволно дълги композитни $\pi/2$ импулсни поредици, които са представени по-долу. Има два класа такива поредици — симетрични и асиметрични (вж. фиг. 2.22) — които се разглеждат поотделно.

Симетрични композитни полу- π импулси

Композитните поредици от този тип съдържат идентични импулси с еднаква площ $B = \pi(1 + \epsilon)$ (номинални π -импулси), с изключение на първия и последния импулс, които имат половината от тази площ, $A = \frac{1}{2}\pi(1 + \epsilon)$ (номинални $\pi/2$ -импулси),

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} \cdots B_{\phi_{N-1}} A_{\phi_N}, \quad (2.94)$$

вж. фиг. 2.22 (долу) и фиг. 2.23. Общата номинална площ на импулса е $(N-1)\pi$. За произволен брой импулси N (четен или нечетен) композитните фази са

$$\phi_k = \frac{(k-1)^2}{2(N-1)} \pi \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (2.95)$$

Няколко явни примера за такива $\pi/2$ композитни импулси са

$$A_0 A_{\frac{1}{2}\pi}, \quad (2.96a)$$

$$A_0 B_{\frac{1}{4}\pi} A_\pi, \quad (2.96b)$$

$$A_0 B_{\frac{1}{6}\pi} B_{\frac{2}{3}\pi} A_{\frac{3}{2}\pi}, \quad (2.96в)$$

$$A_0 B_{\frac{1}{8}\pi} B_{\frac{1}{2}\pi} B_{\frac{9}{8}\pi} A_0, \quad (2.96г)$$

$$A_0 B_{\frac{1}{10}\pi} B_{\frac{2}{5}\pi} B_{\frac{9}{10}\pi} B_{\frac{8}{5}\pi} A_{\frac{1}{2}\pi}. \quad (2.96д)$$

При прилагането на формула (2.95) се използва, че фазите се определят с точност до 2π .

Вероятността за преход, индуцирана от тези композитни импулси, е

$$P^{(N)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin^{2N-2} \left(\frac{1}{2} \pi \epsilon \right). \quad (2.97)$$

Очевидно тези композитни импулси са точни до порядък $O(\epsilon^{2N-2})$,

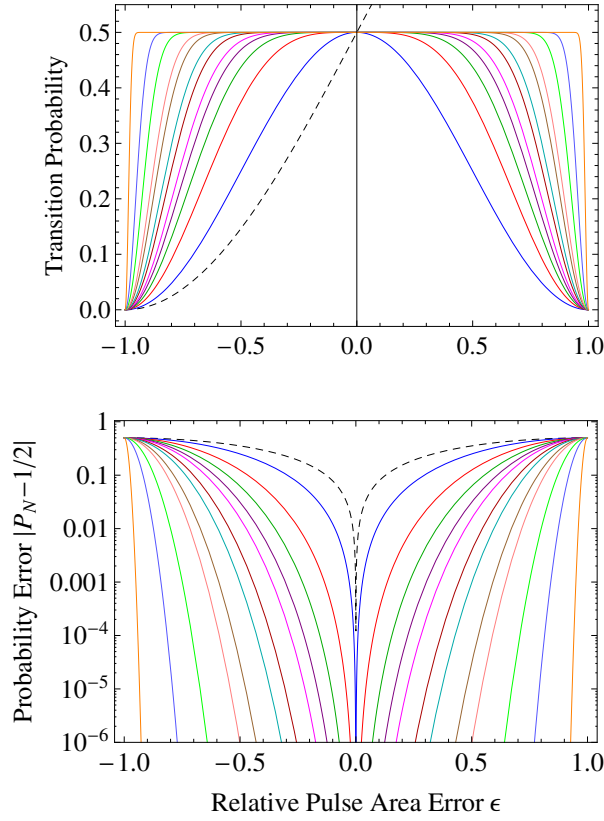
$$P^{(N)} \sim \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} \pi \epsilon \right)^{2(N-1)} + O(\epsilon^{2N}). \quad (2.98)$$

Фигура 2.25 показва вероятността за преход за няколко симетрични $\pi/2$ композитни поредици. С увеличаване на броя на импулсите в поредиците, точността също се увеличава [ср. уравнение (2.98)], а профилите стават по-плоски и следователно по-устойчиви на грешки в площта на импулса.

Асиметрични композитни полу- π импулси

Композитните поредици от този тип съдържат идентични номинални π -импулси, $B = \pi(1 + \epsilon)$, с изключение на първия импулс, който е номинален $\pi/2$ импулс, $A = \frac{1}{2}\pi(1 + \epsilon)$,

$$A_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} \cdots B_{\phi_N}, \quad (2.99)$$



Фигура 2.25: Вероятност за преход за няколко симетрични $\pi/2$ композитни поредици от вида (2.94), съставени от 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 40, 100 и 1000 импулса (отвътре навън, плътни криви). Композитните фази са дадени от уравнение (2.95). Прекъснатата крива показва вероятността за преход, индуцирана от единичен импулс.

вж. фиг. 2.22 (горе). Общата номинална площ на импулса е $(N - \frac{1}{2})\pi$. Композитните фази са

$$\phi_k = \frac{2(k-1)^2}{2N-1}\pi \quad (k = 1, 2, \dots, N). \quad (2.100)$$

Няколко примера за такива $\pi/2$ композитни импулси са (като се използва, че фазите се определят с точност до 2π)

$$A_0 B_{\frac{2}{3}\pi}, \quad (2.101a)$$

$$A_0 B_{\frac{2}{5}\pi} B_{\frac{8}{5}\pi}, \quad (2.101б)$$

$$A_0 B_{\frac{2}{7}\pi} B_{\frac{8}{7}\pi} B_{\frac{4}{7}\pi}, \quad (2.101в)$$

$$A_0 B_{\frac{2}{9}\pi} B_{\frac{8}{9}\pi} B_0 B_{\frac{14}{9}\pi}, \quad (2.101г)$$

$$A_0 B_{\frac{2}{11}\pi} B_{\frac{8}{11}\pi} B_{\frac{18}{11}\pi} B_{\frac{10}{11}\pi} B_{\frac{6}{11}\pi}. \quad (2.101д)$$

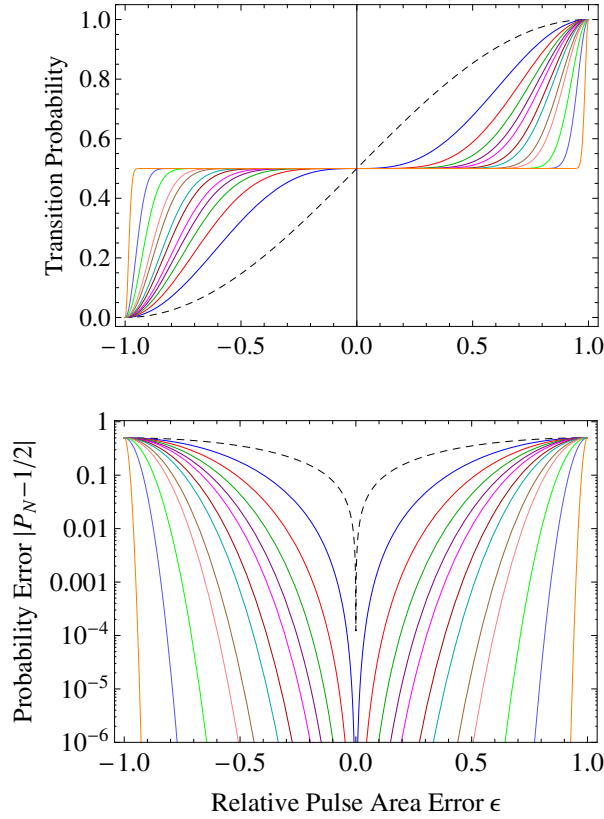
Вероятността за преход има простата форма

$$P^{(N)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin^{2N-1} \left(\frac{1}{2} \pi \epsilon \right). \quad (2.102)$$

Очевидно тя компенсира грешки до порядък $O(\epsilon^{2N-1})$,

$$P^{(N)} \sim \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \pi \epsilon \right)^{2N-1} + O(\epsilon^{2N+1}). \quad (2.103)$$

Фигура 2.26 показва вероятността за преход за няколко асиметрични $\pi/2$ композитни поредици. Както при симетричните поредици, с увеличаване на броя на импулсите профилите стават по-плоски и по-устойчиви на грешки в площта на импулса.



Фигура 2.26: Вероятност за преход за няколко асиметрични $\pi/2$ композитни поредици от вида (2.99), съставени от 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 40, 100 и 1000 импулса (отвътре навън, плътни криви). Композитните фази са дадени от уравнение (2.100). Прекъснатата крива показва вероятността за преход, индуцирана от единичен импулс.

Коментари

Наличието на аналитични формули за композитните фази както за симетричните, така и за асиметричните поредици позволява незабавното изписване на произволно дълги $\pi/2$ композитни поредици, които могат да бъдат направени точни до произволен желан порядък. В този смисъл тези поредици са *произволно точни*. Освен това, изключително простите аналитични формули¹ за вероятността за преход (2.97) и (2.102) позволяват лесно да се избере композитна поредица, която компенсира даден диапазон от грешки в площта на импулса.

2.4.3 Сравнение със съществуващи θ импулси

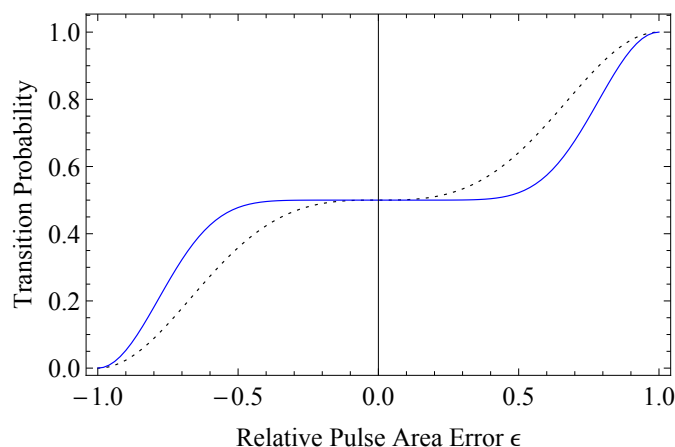
Първични θ импулси

В литературата съществуват няколко композитни θ импулса, които създават променливи или постоянни ротации [64].

Импулси с променлива ротация. Първият композитен $\pi/2$ импулс е въведен от Freeman и сътр. [65], който е поредица от два номинални $\pi/2$ импулса с относително фазово отместване от $\pi/2$. Друг известен $\pi/2$ импулс е двуимпулсната поредица на Levitt [66], която съдържа номинален $\pi/2$ импулс и номинален π импулс с относително фазово отместване от $\frac{2}{3}\pi$.

Импулси с постоянна ротация. Wimperis [36] въвежда (сега много популярния) BB1 композитен θ импулс, [36]. На фиг. 2.27 сравняваме профилите на преход на композитния импулс BB1 на Wimperis с нашата поредица (2.101г), тъй като и двете имат обща площ на импулса от 4.5π . Както се вижда от фигурата, нашата поредица очевидно превъзхожда BB1. Освен това, дори нашата три-импулсна поредица (2.81г) превъзхожда BB1, въпреки че има обща площ на импулса от само 2π . Трябва обаче да отбележим, че поредицата BB1 е КИ

¹Доказателството на уравнения (2.97) и (2.102) следва стъпките на извода в [63].



Фигура 2.27: Сравнение на нашата асиметрична поредица (2.101r) (плътна синя), поредицата BB1 на Wimpey [36] (пунктирна) и нашата поредица (2.81r) (плътна черна).

с постоянна ротация. Следователно тя компенсира не само грешки в площта на импулса във вероятността за преход, но и във фазите на създаденото суперпозиционно състояние. Като такава, тя е по-взискателна и изисква по-дълга поредица за същия порядък на компенсация. Напротив, нашите композитни поредици създават променливи ротации, които компенсират грешки в площта на импулса само във вероятността за преход.

Вложени θ импулси

Levitt и Ernst са конструирали семейство от свързани КИ чрез рекурсивна процедура [67]. Техните композитни импулси създават същите профили като нашите θ импулси, когато се сравняват поредици с еднаква обща площ. Процедурата за влагане, описана в [67], обаче е по-малко гъвкава от нашия подход, тъй като позволява само общи номинални площи на импулсите, равни на $2^n \pi$, с $n = 1, 2, 3, \dots$. За сравнение, нашият подход позволява конструирането на композитни θ импулси с произволна обща номинална площ на импулса $N\pi$ с $N = 1, 2, 3, \dots$

Правоъгълни импулси. Можем да използваме същата идея от предишната подсекция, за да създадем РВ тета импулси чрез „сдвояване“ на два NB $\pi/2$ импулса. Профилът на възбуждане за общата импулсна поредица се дава от $P = 4p_s(1 - p_s) \cos^2(\frac{1}{2} \text{th})$, където p_s е вероятността за преход на единичната поредица. Следователно, когато $p_s = \frac{1}{2}$, общата вероятност за преход се определя от фазата th . Ако зададем тази фаза на стойност $\text{th} = 2 \arccos(\sqrt{p})$, получаваме желаната вероятност за преход $P = p$. Ако композитните $\pi/2$ поредици са точни до порядък $O(\epsilon^N)$, тогава композитният θ импулс ще бъде точен до порядък $O(\epsilon^{2N})$. Следователно общата поредица, изградена от два $\pi/2$ NB импулса, ще има ширококолов профил в центъра си, като същевременно запазва NB свойството в крилата. По този начин, чрез сдвояване на два NB полу- π импулса, можем да получим РВ КИ с всяка желана централна вероятност за преход p . Профилите на тези РВ КИ са показани на фиг. 2.29. Сравнението на фиг. 2.29 с фиг. 2.28 показва, че РВ профилите запазват NB характеристиката на NB профилите, но с добавеното предимство на плосък връх.

2.4.4 Коментари и заключение

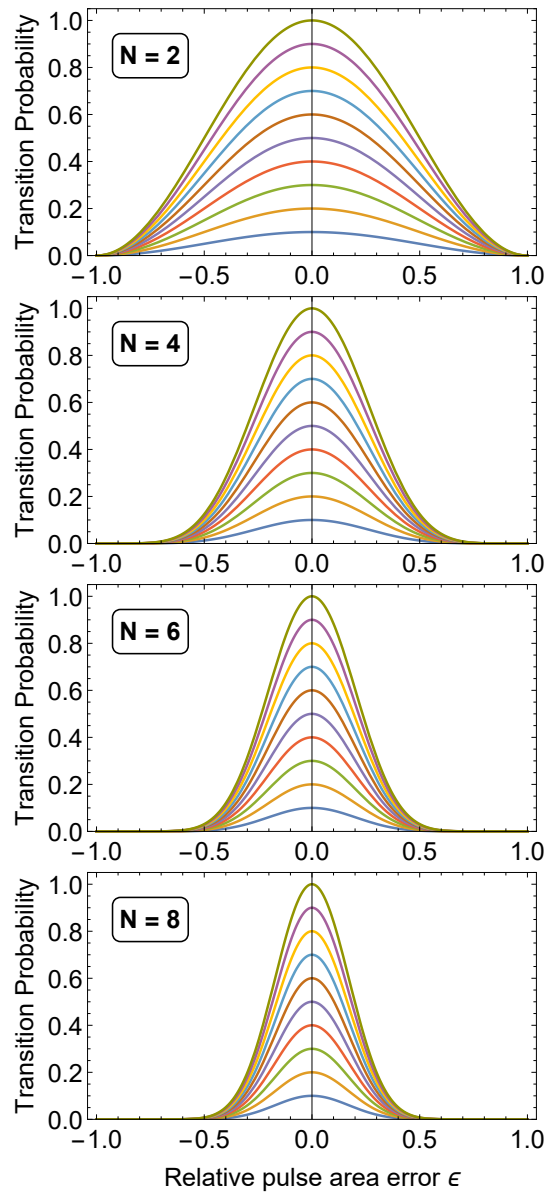
Представихме редица композитни импулсни поредици, които създават произволни предварително зададени ротации на система с две състояния върху сферата на Блох и са устойчиви на експериментални грешки. Изведохме два основни класа композитни поредици: първични и сдвоени. Първичните поредици бяха изведени директно от пропагатора. Специално внимание беше отделено на $\pi/2$ поредиците, за които бяха изведени общи формули за фазите, което позволява конструирането на произволно точни $\pi/2$ композитни импулси. След това тези $\pi/2$ поредици бяха използвани за конструиране на три класа произволно точни композитни θ импулси чрез сдвояване.

Във всички случаи вероятността за преход на всяка композитна поредица се дава от изключително проста формула, която позволява да се оцени точността на компенсацията на грешката. Сравнението на нашите композитни поредици с по-ранни композитни θ импулси показва равно или по-добро представяне.

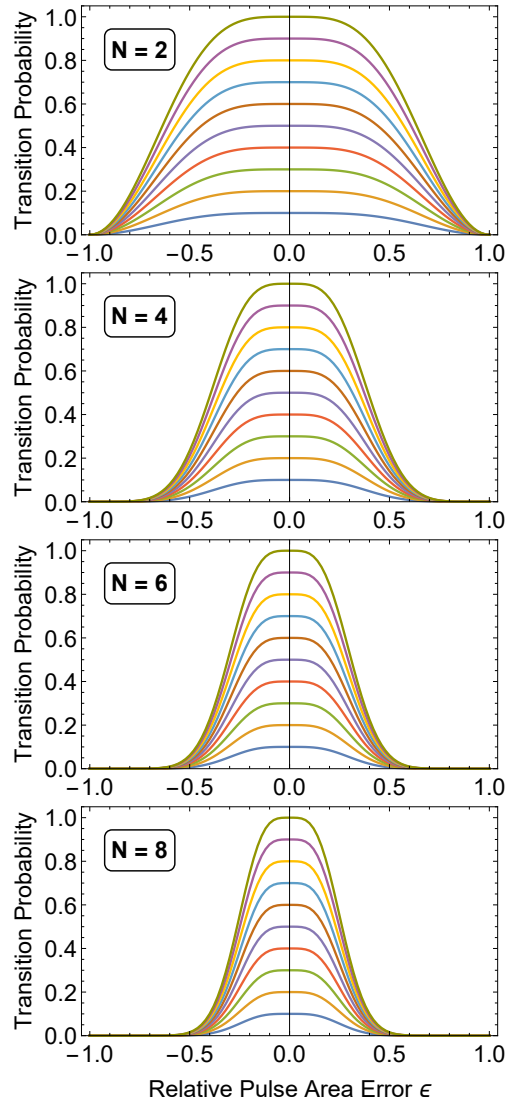
Резултатите в този труд ще бъдат интересни за изследвания, в които от значение е само стойността на вероятността за преход, докато поведението на кохерентностите е от малко значение. Такива ситуации се срещат например при измерване на зависимостта на скоростта на сблъсък от атомната плътност в уловен ултрастуден атомен ансамбъл [68], където θ импулсите могат да освободят прецизно контролирана част от атомите от капана. По същия начин те могат да се използват като високоточен изходен съединител за импулсен атомен лазер [69, 70] или в Рамзиевата спектроскопия.

Представихме и клас композитни импулси, които създават NB и PB профили на възбуждане при всяка желана предварително избрана вероятност за преход. За разлика от повечето публикувани в литературата NB и PB КИ за произволни ротации, настоящите КИ се характеризират с изчезващи крила от двете страни на централната област. Това прави NB поредиците особено подходящи за приложения в сензори, докато PB поредиците могат да бъдат много полезни за контрол на кубити в случай на плътно разположени кубити, напр. в 1D или 2D структури от уловени йони или ултрастудени атоми в оптични решетки.

Резултатите, представени в този труд, демонстрират забележителната гъвкавост на композитните импулси, съчетана с изключителна точност и устойчивост на грешки — три характеристики, които не могат да бъдат постигнати заедно с никоя друга техника за кохерентен контрол.



Фигура 2.28: Вероятности за преход, индуцирани от композитни тяснолентови тета импулси с различна дължина N . Кривите във всеки панел показват вероятностите за преход, фиксирани на нива $0.1, 0.2, \dots, 1.0$.



Фигура 2.29: Вероятности за преход, индуцирани от композитни РВ тета импулси с различна дължина $2N$. Кривите във всеки панел показват вероятностите за преход, фиксирани на нива $0.1, 0.2, \dots, 1.0$.

Глава 3

Композитни импулси в системи с повече състояния

3.1 Композитен стимулиран Раманов адиабатен преход

В тази секция въвеждаме високоточна техника за кохерентен контрол на квантови системи с три нива, която комбинира два популярни инструмента за управление – стимулиран Раманов адиабатен преход (STIRAP) и композитни импулси. Чрез използване на композитни поредици от двойки частично забавени импулси с подходящи фази, неадиабатните преходи, които пречат на STIRAP да достигне единична точност, могат да бъдат анулирани до произволен порядък чрез деструктивна интерференция и следователно техниката може да бъде направена произволно точна. Композитните фази се дават с прости аналитични формули и са универсални, тъй като не зависят от конкретните форми на импулсите, забавянето между тях и техните площи.

Ние комбинираме двете основни техники – на композитните импулси и STIRAP – в хибридна техника, която наричаме *композитен STIRAP*. Тази техника, която представлява поредица от нечетен брой обикновени STIRAP преходи напред и назад, $|1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow |1\rangle \rightarrow |3\rangle \rightarrow \dots \rightarrow |1\rangle \rightarrow |3\rangle$, добавя към STIRAP много високата точност на композитните импулси. Всеки отделен STIRAP може да бъде много неточен, с допустима грешка до 20-30%, но всички грешки интерферират деструктивно и се анулират в края, като по този начин се получава пренос на заселеност с кумулативна грешка далеч под бенчмарка за квантови изчисления от 10^{-4} . Извеждаме аналитична формула за композитните фази, приложима за произволен нечетен брой импулси N , която не зависи от формата на импулсите и тяхното взаимно забавяне.

Динамиката на Λ системата с три нива (фиг. 3.1) се описва от уравнението на Шрьодингер, където векторът $\mathbf{c}(t) = [c_1(t), c_2(t), c_3(t)]^T$ съдържа трите вероятностни амплитуди, а Хамилтонианът в приближението на въртящата се вълна и при двуфотонен резонанс между състоянията $|1\rangle$ и $|3\rangle$ е

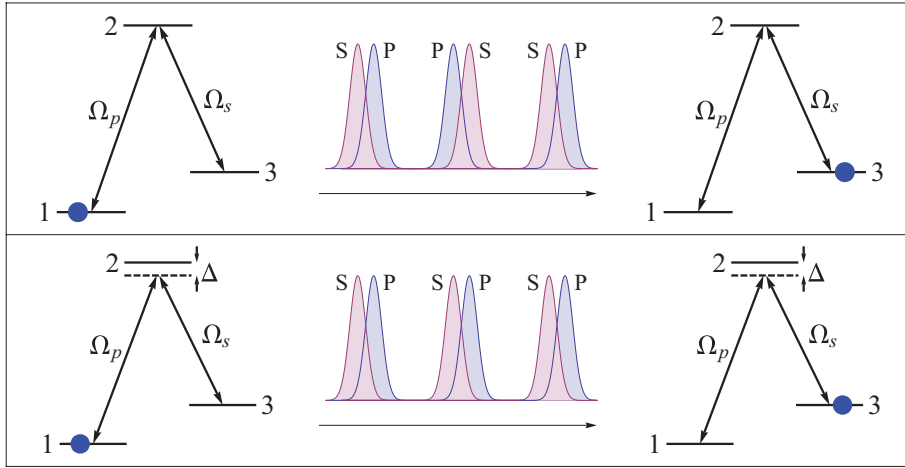
$$\mathbf{H}(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega_p(t) & 0 \\ \Omega_p^*(t) & 2\Delta & \Omega_s(t) \\ 0 & \Omega_s^*(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

където $\Omega_p(t)$ и $\Omega_s(t)$ са честотите на Раби на напompващото (pump) и Стоксовото (Stokes) полета, а Δ е еднофотонният детюнинг. Еволюцията на системата се описва от пропагатора \mathbf{U} . Математиката е съществено различна, когато полетата са в резонанс или далеч от резонанс, затова разглеждаме тези случаи поотделно.

3.1.1 Резонансен STIRAP

Първо, ще разгледаме случая на еднофотонен резонанс, $\Delta = 0$. В този случай съществува изображение между проблем с три състояния и съответния проблем с две състояния [71, 72, 73, 74]. Ако пропагаторът с две състояния е параметризиран чрез комплексните параметри на Кейли-Клайн a и b , можем да запишем пропагатора на STIRAP като

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} |a|^2 - |b|^2 & -2i \operatorname{Im}(ab^*) & 2 \operatorname{Re}(ab^*) \\ 2i \operatorname{Im}(ab) & \operatorname{Re}(a^2 + b^2) & -i \operatorname{Im}(a^2 - b^2) \\ -2 \operatorname{Re}(ab) & -i \operatorname{Im}(a^2 + b^2) & \operatorname{Re}(a^2 - b^2) \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$



Фигура 3.1: Квантова система с три нива в Λ конфигурация. Състоянията $|1\rangle$ и $|2\rangle$ са свързани от напompващото поле $\Omega_p(t)$, докато състоянията $|2\rangle$ и $|3\rangle$ са свързани от Стоксовото поле $\Omega_s(t)$. Преходът между състоянията $|1\rangle$ и $|3\rangle$ е забранен по електрически дипол. Първоначално цялата заселеност е в състояние $|1\rangle$. След композитния STIRAP заселеността се прехвърля в състояние $|3\rangle$ с много висока точност.

Таблица 3.1: Фази на напompващия и Стоксовия импулс за различен брой двойки импулси N за резонансен композитен STIRAP.

N	Фази $(\alpha_1, \beta_1; \alpha_2, \beta_2; \dots; \alpha_N, \beta_N)$
3	$(0, 1; 3, 3; 1, 0)\pi/3$
5	$(0, 4; 5, 8; 3, 3; 8, 5; 4, 0)\pi/5$
7	$(0, 9; 7, 1; 5, 8; 12, 12; 8, 5; 1, 7; 9, 0)\pi/7$
9	$(0, 16; 9, 6; 7, 15; 16, 3; 12, 12; 3, 16; 15, 7; 6, 9; 16, 0)\pi/9$

Ако $\Omega_p(t)$ и $\Omega_s(t)$ са огледални образи един на друг, $\Omega_p(t) = \Omega_s(a-t)$, тогава лесно се показва, че $\text{Im } a = -\text{Im } b$. В адиабатна граница STIRAP позволява пълен пренос на заселеност от състояние $|1\rangle$ в $|3\rangle$. За STIRAP в обратна посока, от $|3\rangle$ в $|1\rangle$, трябва да разменим реда на напompващия и Стоксовия импулс. Поредица от N STIRAP прехода, всеки с фази α_k и β_k , създава пропагатора

$$\mathbf{U}^{(N)} = \mathbf{U}_{\alpha_N, \beta_N} \tilde{\mathbf{U}}_{\alpha_{N-1}, \beta_{N-1}} \cdots \tilde{\mathbf{U}}_{\alpha_2, \beta_2} \mathbf{U}_{\alpha_1, \beta_1}. \quad (3.3)$$

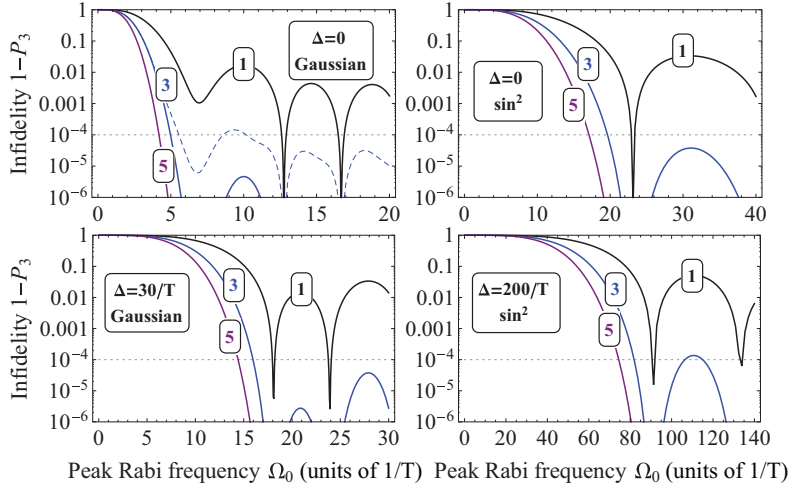
където N е нечетно цяло число. След това разлагаме елементите на общия пропагатор $\mathbf{U}_{11}^{(N)}$ и $\mathbf{U}_{21}^{(N)}$ около точката на перфектен пренос и намираме фазите така, че да анулират възможно най-много членове в разложението. Изведохме следните фази за композитен STIRAP:

$$\alpha_k^{(N)} = \pi \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor - \frac{\pi}{N} \left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor \left(1 + \left\lfloor \frac{k-1}{2} \right\rfloor \right), \quad (3.4a)$$

$$\beta_k^{(N)} = \alpha_{N+1-k}^{(N)}, \quad (3.4b)$$

където $k = 1, 2, \dots, N$. Първите няколко решения са показани в таблица 3.1. Важно е, че тъй като при извода не се правят предположения за параметрите на Кейли-Клайн, композитните фази (3.4) не зависят от конкретните форми на импулсите, забавянето и площите им.

На фиг. 3.2 сравняваме ефективността на единичен STIRAP с композитен STIRAP за $N = 3$ и 5. Приемаме, че както напompващият, така и Стоксовият импулс имат еднаква форма, която приемаме за Гаусова или синус-квадрат. От фиг. 3.2 виждаме, че дори поредица от три STIRAP прехода е достатъчна за постигане на изключително висока точност с грешка под 10^{-6} , което е невъзможно с единичен STIRAP, освен ако не използваме огромни площи на импулсите. Устойчивостта на метода се вижда на фиг. 3.3, която сравнява точността на единичен STIRAP и композитен STIRAP с $N = 5$. Областите с висока точност (грешка под 10^{-4}) на композитния STIRAP са значително разширени в сравнение с единичен STIRAP.



Фигура 3.2: Неточност $1 - P_3$ като функция на пиковата честота на Раби за единичен STIRAP, сравнена с три- и пет-компонентен композитен STIRAP. Композитните фази са дадени от формула (3.4) за резонансен STIRAP (горни панели) и от формула (3.5) за далеч от резонанс (долни панели). Прекъснатата крива в горния ляв панел изобразява точността на композитния STIRAP, когато е включена случайна грешка от 1% във фазите.

Таблица 3.2: Фази за различен брой N на двойки импулси за нерезонансен композитен STIRAP. Тъй като е важна само фазовата разлика $\alpha_k - \beta_k$, полагаме всички Стоксови фази $\beta_k = 0$ и показваме само напомнимащите фази α_k .

N	Фази $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$
3	$(0, 1, 0)2\pi/3$
5	$(0, 2, 1, 2, 0)2\pi/5$
7	$(0, 3, 2, 4, 2, 3, 0)2\pi/7$
9	$(0, 4, 3, 6, 4, 6, 3, 4, 0)2\pi/9$

3.1.2 Нерезонансен STIRAP

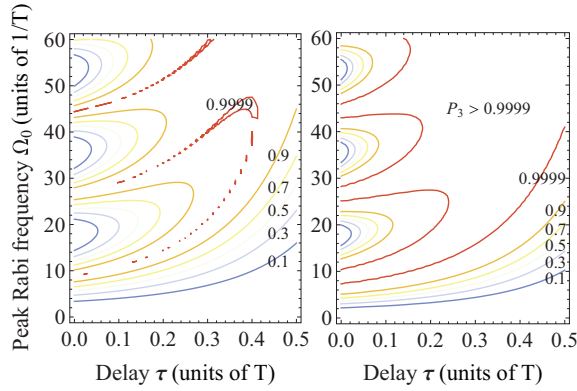
Сега се фокусираме върху нерезонансния случай на Хамилтониана (3.1), $\Delta \neq 0$. Когато детюнингът е много голям, можем адиабатно да елиминираме състояние $|2\rangle$ и оставаме с ефективно взаимодействие с две състояния. Този ефективен проблем се свежда до вече изследвания проблем на композитен адиабатен преход [75, 76], където фазите са известни и съществува аналитична формула,

$$\beta_k^{(N)} - \alpha_k^{(N)} = \left(N + 1 - 2 \left\lfloor \frac{k+1}{2} \right\rfloor \right) \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor \frac{\pi}{N}, \quad (3.5)$$

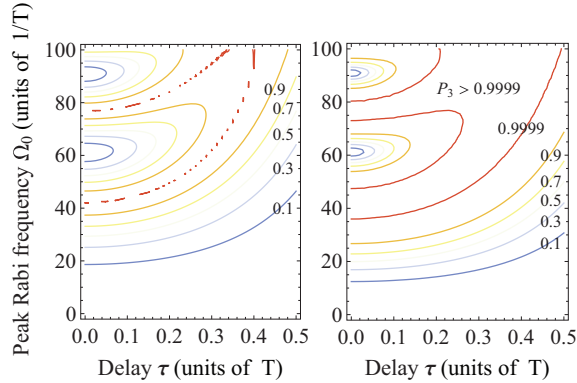
Стойностите за първите няколко случая са дадени в таблица 3.2. Точността на нерезонансния композитен STIRAP е илюстрирана на фиг. 3.2 (долни панели) и на фиг. 3.4. Отново, композитният STIRAP значително превъзхожда единичния STIRAP по отношение на точност и устойчивост.

3.2 Устойчиво композитно отражение на Хаусхолдър

В тази секция предлагаме устойчива реализация на квантовото отражение на Хаусхолдър, което е ключова операция в различни квантови алгоритми, инженеринг на квантови състояния, генериране на произволни унитарни трансформации и характеризирание на заплитането. Конструираме тази операция, като използваме модулния подход на композитните импулси и връзката между отражението на Хаусхолдър и квантовия фазов гейт. Предложената реализация е силно нечувствителна към вариации в експерименталните параметри, което я прави подходяща за високоточна квантова обработка на информация.



Фигура 3.3: Крайна заселеност P_3 като функция на забавянето на импулса и пиковата честота на Раби за единичен резонансен STIRAP (горен панел) и за поредица от пет резонансни STIRAP прехода (долен панел). Приемат се импулсни форми синус-квадрат.



Фигура 3.4: Същото като фиг. 3.3, но за импулси далеч от резонанс. Детюнингът е $\Delta = 30/T$.

3.2.1 Отражение на Хаусхолдър

Стандартното отражение на Хаусхолдър (HR) се дефинира като

$$\mathbf{M}(v) = \mathbf{I} - 2|v\rangle\langle v|, \quad (3.6)$$

където \mathbf{I} е единичният оператор, а $|v\rangle$ е N -мерен нормиран комплексен вектор-стълб. HR е едновременно ермитово и унитарно. *Обобщеното* HR се дефинира като

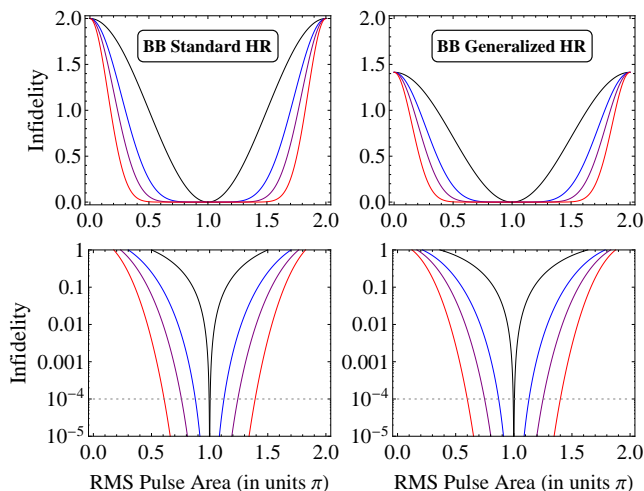
$$\mathbf{M}(v; \varphi) = \mathbf{I} + (e^{i\varphi} - 1)|v\rangle\langle v|, \quad (3.7)$$

където φ е произволна фаза. Стандартното HR е частен случай за $\varphi = \pi$.

По-рано беше показано [77, 78], че стандартното и обобщеното HR могат да бъдат реализирани в N -rod квантова система, където N изродени състояния са свързани с помощно състояние. Хамилтонианът на такава система може да се трансформира чрез преобразуване на Морис-Шор (MS) [79, 80, 81] и този проблем с $N + 1$ състояния да се сведе до набор от $N - 1$ несвързани състояния и система с две състояния. Лесно се проверява, че ако за пропагатора на тази MS система е изпълнено $a = e^{i\varphi}$ (и следователно $b = 0$), пропагаторът на първоначалното многообразие с N -нива е равен на обобщеното HR (3.7). Условието $a = e^{i\varphi}$ съответства точно на фазов гейт в MS системата с две състояния. В настоящата работа използваме подхода, базиран на композитни импулси, описан в [82], за да конструираме устойчиви и високоточни HR.

3.2.2 Композитно отражение на Хаусхолдър

Както видяхме, за да създадем обобщено HR, трябва да зададем стойността на параметъра на Кейли-Клайн на $a = e^{i\varphi}$. Това съответства на създаването на фазов гейт, който може да бъде конструиран с помощта на



Фигура 3.5: Неточност на ширококоленовото HR като функция на средноквадратичната площ на импулса, за $n = 1, 3, 5, 9$ (отвътре навън). Левите панели се отнасят за стандартното HR ($\varphi = \pi$), а десните — за обобщеното HR с $\varphi = \pi/2$. Долните панели показват същата неточност като горните, но в логаритмична скала.

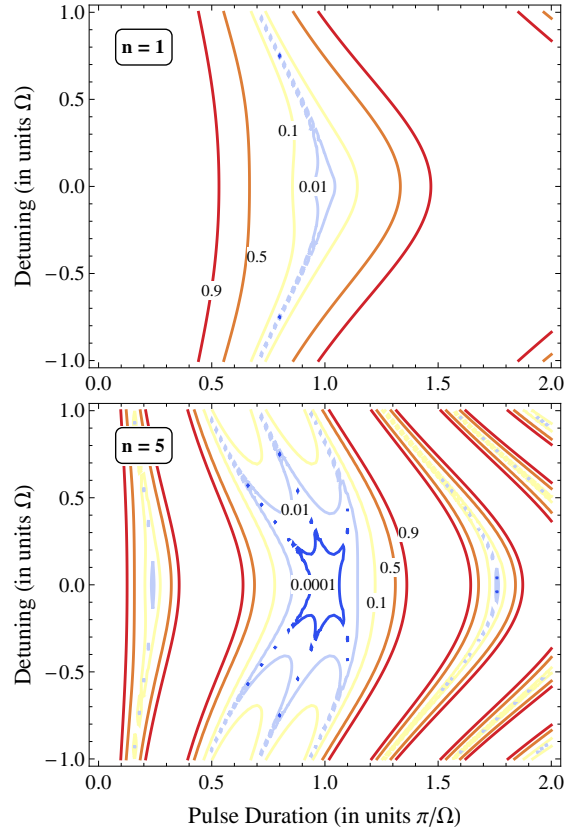
КИ [82]. Като най-прост пример, първо ще разгледаме ширококоленовия композитен HR, който е устойчив на вариации в площта на импулса. Такъв HR може да бъде създаден от поредица от два ширококоленови КИ. Тук използваме симетричните резонансни импулси, изведени в [59].

Приемаме, че всички полета, които свързват N -те основни състояния с възбуденото, се произвеждат от един източник. Това означава, че систематична грешка в този източник ще се пренесе като същата систематична грешка във всички взаимодействия, което позволява третирането на нашата система по същия начин, както в случая на фазов гейт с две състояния. За да тестваме представянето на композитните HR, дефинираме неточността като нормата на Фробениус на разстоянието между действителната операция M' и желаното HR $M(v, \varphi)$. Може да се покаже, че неточността не зависи от размерността на HR N и от целевия вектор $|v\rangle$, и в случая на BB HR се дава от простата аналитична формула $F = 2 \sin \varphi/2 \cos^{2n} A/2$, където A е средноквадратичната площ на импулса. На фиг. 3.5 изобразяваме неточността на BB композитното стандартно и обобщено HR за фаза $\varphi = \pi/2$. Може да се види, че с увеличаване на броя на импулсите, устойчивостта на операцията също се увеличава.

Особено интересни са универсалните композитни HR, които позволяват компенсация на систематични грешки във *всеки* параметър на полето. Това се постига чрез използване на наскоро разработените универсални композитни импулси [62]. Контурна диаграма на неточността за универсалния композитен HR е показана на фиг. 3.6.

3.3 Високоточни композитни квантови гейтове за Раманови кубити

В тази секция представяме общ систематичен подход за проектиране на устойчиви и високоточни квантови логически гейтове с Раманови кубити, използвайки техниката на композитните импулси. Използваме два математически инструмента – разлаганията на Морис-Шор и Майорана – за да сведем Раманова система с три нива до еквивалентна система с две състояния. Те ни позволяват да използваме многобройните композитни импулси, проектирани за системи с две състояния, като ги разширим за Раманови кубити. Конструираме гейтовете NOT, Адамар и ротационен гейт посредством трансформацията на Морис-Шор със същия унифициран подход: поредици от импулси с еднакви фази за всеки гейт, но с различни съотношения на Рамановите взаимодействия. Фазовият гейт се конструира с помощта на разлагането на Майорана. Всички композитни Раманови гейтове се отличават с много висока точност, надхвърляща бенчмарк стойностите за квантови изчисления, и значителна устойчивост на експериментални грешки. Всички композитни фази и площи на импулси са дадени с аналитични формули, което прави метода мащабируем до всяка желана точност и устойчивост на грешки.



Фигура 3.6: Неточност на универсалното стандартно HR като функция на продължителността на импулса и детюинга. Формата на импулса е правоъгълна, а композитните фази в долния панел са $\phi_k = (0, 11, 2, 11, 0)\pi/6$.

3.3.1 Трансформация на Морис-Шор (MS)

Трансформацията на MS разлага система с три състояния на несвързано (тъмно) състояние $|d\rangle$ и система с две състояния, състояща се от състояние $|c\rangle$, свързано с възбуденото състояние $|2\rangle$, както е показано на фиг. 3.7 (горе вдясно) [79, 80, 81, 83]. Ако приложим поредица от такива двойки импулси, всяка с някаква относителна фаза ϕ_k , можем да използваме фазите като свободни параметри за конструиране на композитни Раманови импулси.

3.3.2 Разлагане на Майорана

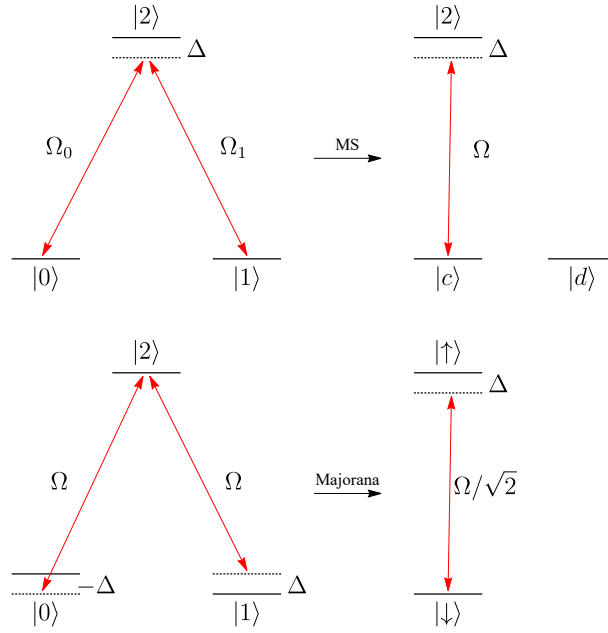
Разлагането на Майорана свежда система с много състояния и $SU(2)$ симетрия до проблем с две състояния [13, 83, 84]. Ще използваме това изображение за проектиране на високоточни композитни Раманови гейтове.

Сега сме готови да конструираме композитни Раманови реализации на основните еднокюбитови квантови гейтове: X , Адамар, ротационен и фазов гейт.

3.3.3 X гейт

X гейтът е квантовият еквивалент на класическия NOT гейт. Един от начините за създаване на Раманов X гейт, е да се изберат амплитудите на честотите на Раби като $\xi_0 = -\xi_1 = \sqrt{2}$. Тогава $a = -1$ и $b = 0$, а пропагаторът е X гейтът за кубита $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. Тази операция обаче страда от недостатъците на резонансното възбуждане. Композитните импулси преодоляват тези недостатъци.

Морис-Шор. Композитна поредица в оригиналния базис се трансформира в композитна поредица в MS базиса. Това ни позволява да използваме богатата библиотека от композитни импулси за системи с две състояния, за да проектираме Раманови композитни импулси. Отбелязваме, че π импулсът в оригиналния базис съответства на 2π импулс в MS базиса. Следователно нашата цел е да получим устойчив 2π импулс



Фигура 3.7: (Ляво) Ламбда система, представляваща Раманов кубит, състояща се от състояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$, свързани с възбудено състояние $|2\rangle$. (Дясно) След трансформациите на Морис-Шор (горе) или Майорана (долу), Рамановата система се свежда до ефективен проблем с две състояния.

в MS базиса. Предлагаме да създадем 2π КИ чрез сливане на два ширококолентови (ВВ) π КИ \mathcal{B}_N . Тази поредица се прилага в MS базиса. За да получим всеки от номиналните π импулси, избираме $\xi_0 = -\xi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Неточността на получения X гейт за такива поредици е показана на фиг. 3.8 (горе).

Ненулев детюннг. Когато има еднофотонен детюннг, можем да заменим поредицата от два ширококолентови КИ с фазиран КИ.

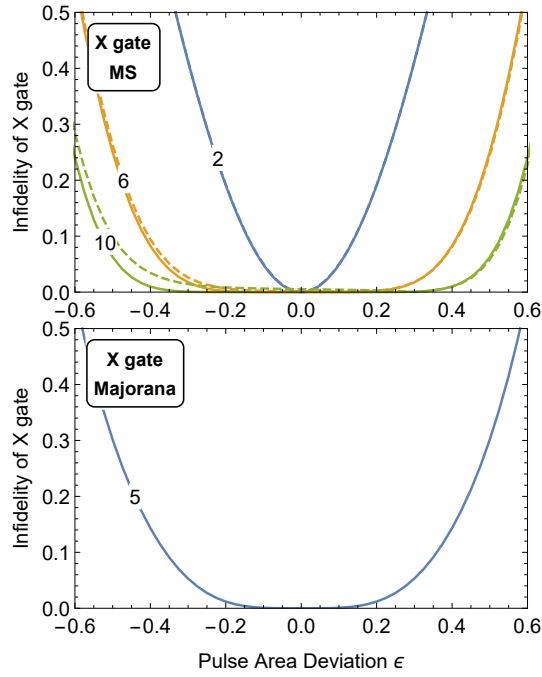
Майорана. X гейтът може да се създаде и с помощта на разлагането на Майорана. Ако параметрите на Кейли-Клайн a и b съответстват на пълен пренос на заселеност в система с две състояния ($a = 0, |b| = 1$), същото ще важи и за Рамановата система. Следователно можем отново да използваме композитния импулс ВВ1. Както се вижда на фиг. 3.8, чрез използване на КИ, адаптирани за Рамановия кубит, получаваме устойчив и високоточен X гейт и в двата случая, като MS подходът постига по-висока точност за същата обща площ на импулса.

3.3.4 Гейт на Адамар

Той се записва като $\frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x + \sigma_z)$. Понеже не можем да генерираме този гейт с помощта на разлагането на Майорана, използваме само MS подхода. Можем да проверим, че за $\xi_0 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ и $\xi_1 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$, пропагаторът е трансформацията на Адамар. Както при X гейта, MS пропагаторът съответства на 2π импулс. Следователно можем да използваме същите фази, за да изградим нашата композитна поредица, като променим само съотношенията на честотите на Раби. На фиг. 3.10 са изобразени неточностите на композитните гейтове на Адамар.

3.3.5 Ротационен гейт

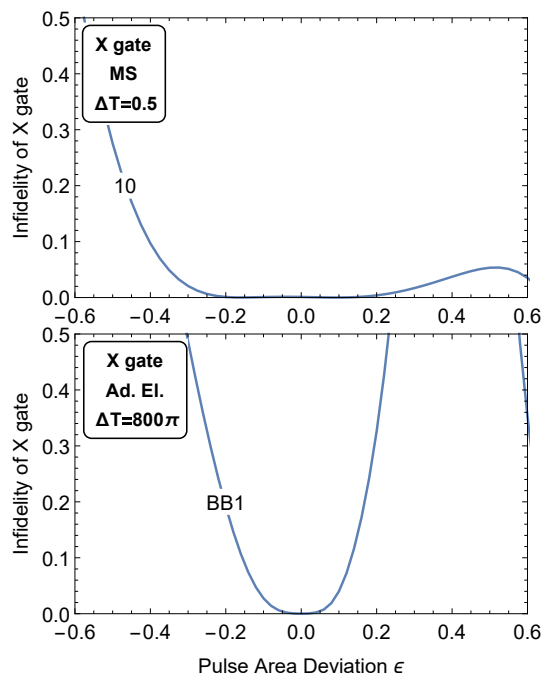
За да създадем композитни ротационни гейтове, постъпваме по подобен начин на X и Адамар гейтовете. Полагаме $\xi_0 = 2\sin(\theta/2)$ и $\xi_1 = -2\cos(\theta/2)$. Този избор създава 2π импулс в MS базиса и пропагаторът описва ротация на кубита. Може да се покаже, че неточността на ротационния гейт не зависи от ъгъла θ и следователно е същата като неточността на X и Адамар гейтовете, като съществува и аналитична формула $D = 2\sin^{2N}\left(\frac{\pi\epsilon}{2}\right)$.



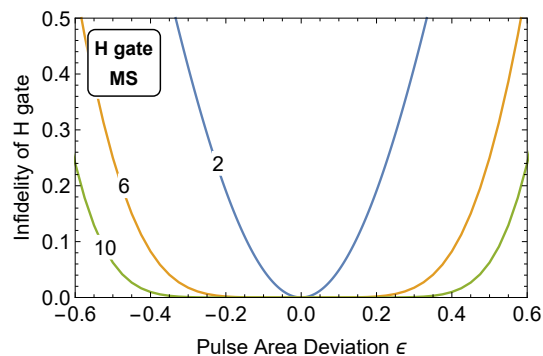
Фигура 3.8: (Горе) Неточност на X гейта като функция на грешката в площта на импулса за композитна поредица от две, шест и десет двойки импулси ($N = 1, 3, 5$), използвайки MS трансформация. Прекъснатите криви показват съответните неточности при наличие на малък детюнинг, $\Delta T = 0.1$. (Долу) Същото като горе, но използвайки разлагане на Майорана.

3.3.6 Фазов гейт

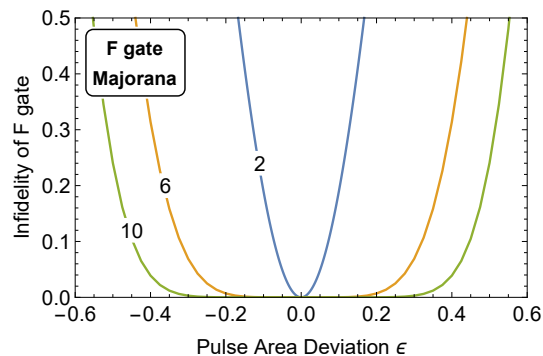
Той се записва като $\hat{F} = \exp[i\eta\hat{\sigma}_z/2]$. Композитната версия на този гейт може да се създаде само чрез разлагането на Майорана и след това можем да използваме наличните КИ. Като конкретен пример, поредицата от два три-импулсни π КИ $\mathcal{B}_3(0)\mathcal{B}_3(\eta/2)$, създава композитен Раманов фазов гейт с фаза η . На фиг. 3.11 е изобразена неточността на тези поредици за $\eta = \pi/4$, което съответства на T гейта.



Фигура 3.9: Неточност на X гейта като функция на грешката в площта на импулса за: (горе) композитна поредица от десет двойки импулси ($N = 5$), получена от два универсални КИ, при наличие на умерен детюнинг и (долу) композитна поредица BB1 при наличие на голям детюнинг. Адиабатното елиминирание в долния панел използва $\Omega_0 = \Omega_1 = 40\pi/T$.



Фигура 3.10: Неточност на гейта на Адамар като функция на грешката в площта на импулса за композитна поредица от две, шест и десет двойки импулси ($N = 1, 3, 5$). Кривите са същите като тези на фиг. 3.8 (горен панел) и са дадени тук само за пълнота.



Фигура 3.11: Неточност на фазовия гейт като функция на грешката в площта на импулса за композитна поредица от две, шест и десет двойки импулси ($N = 1, 3, 5$) и $\eta = \pi/4$.

Глава 4

Експериментална демонстрация на композитни импулси на квантови компютри на ИВМ

4.1 Въведение във физиката на трансмона

Свръхпроводниковите квантови вериги се утвърдиха като една от водещите платформи за реализация на квантови битове (кюбити). Те използват макроскопичната кохерентност, предоставена от свръхпроводници при криогенни температури, и включват Джозефсонови преходи, за да въведат силни нелинейности, като по този начин позволяват поведение на система с две състояния (кюбит). Често използван дизайн на свръхпроводников кюбит е трансмонът [85], който по същество е модифицирана версия на кюбита тип „кутия за Купърови двойки“ (Cooper pair box) [86], оптимизиран, за да се намали чувствителността му към зарядов шум. Тази секция предоставя преглед на това как трансмонният кюбит може да бъде разбран, като се започне от прост LC осцилатор и се стигне до резонатор на базата на Джозефсонов преход с дискретни, нехармонични енергийни нива.

Квантуване на LC веригата

Най-простата отправна точка при квантуването на вериги е LC веригата, която се състои от индуктор L и кондензатор C . Класическият Хамилтониан за тази верига се изразява като

$$H = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\Phi^2}{2L}, \quad (4.1)$$

където Q е зарядът на кондензатора, а Φ е магнитният поток през индуктора. Първият член представлява електростатичната енергия, съхранена в кондензатора, докато вторият член съответства на магнитната енергия, съхранена в индуктора.

За да квантуваме LC веригата, превръщаме Q и Φ в квантови оператори, $Q \rightarrow \hat{Q}$, $\Phi \rightarrow \hat{\Phi}$, удовлетворяващи каноничното комутационно съотношение:

$$[\hat{\Phi}, \hat{Q}] = i\hbar. \quad (4.2)$$

Като въведем операторите за редуциран заряд $\hat{n} = \hat{Q}/2e$ и поток $\hat{\phi} = 2\pi\hat{\Phi}/\Phi_0$, можем да запишем Хамилтониана на квантовия хармоничен осцилатор като

$$H = 4E_C\hat{n}^2 + \frac{1}{2}E_L\hat{\phi}^2, \quad (4.3)$$

където $E_C = e^2/2C$ и $E_L = (\Phi_0/2\pi)^2/L$ са съответно капацитивната и индуктивната енергия, а $\Phi_0 = h/2e$ е квантът на магнитния поток. Като въведем операторите за създаване и унищожаване a и a^\dagger ,

$$\hat{n} = i n_{\text{zpf}}(a^\dagger - a), \quad (4.4a)$$

$$\hat{\phi} = \phi_{\text{zpf}}(a^\dagger + a), \quad (4.4b)$$

можем да запишем Хамилтониана в добре познатата форма

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right). \quad (4.5)$$

Това е Хамилтонианът на квантовия хармоничен осцилатор, с характерна честота $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Енергийните собствени стойности се дават от

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.6)$$

Фактът, че енергийният спектър на този Хамилтониан е еквилистен, представлява ограничение за използването му в квантовите изчисления. Чрез резонансно управление на преход между две от енергийните състояния на осцилатора, избрани да представляват кубита, неизбежно ще се възбудят и други състояния. Затова във веригата трябва да се добави нелинеен елемент, както е обсъдено в следващата подсекция.

Въвеждане на Джозефсоновия преход

Трансмонът се конструира, като индукторът в LC веригата се замени с Джозефсонов преход, както е илюстрирано схематично на фиг. 4.1 (вдясно). Джозефсоновият преход се състои от два свръхпроводника, разделени от тънка изолационна бариера. Ключовото свойство на Джозефсоновия преход е неговата нелинейна индуктивност, която свързва тока с потока по нелинеен начин,

$$I = I_c \sin \phi, \quad (4.7)$$

където I_c е критичният ток на прехода. Енергията, свързана с този елемент, е

$$E = \int I(t)U(t)dt = -E_J \cos \phi, \quad (4.8)$$

където $E_J = \Phi_0 I_c / 2\pi$ е т.нар. Джозефсонова енергия, а капацитивната енергия на веригата остава $E_C = \frac{Q^2}{2C}$. Следователно резултантният Хамилтониан за веригата с Джозефсонов преход е

$$H = 4E_C \hat{n}^2 - E_J \cos \hat{\phi}, \quad (4.9)$$

който наподобява Хамилтониана на квантов хармоничен осцилатор, но има косинусов потенциал вместо параболичен.

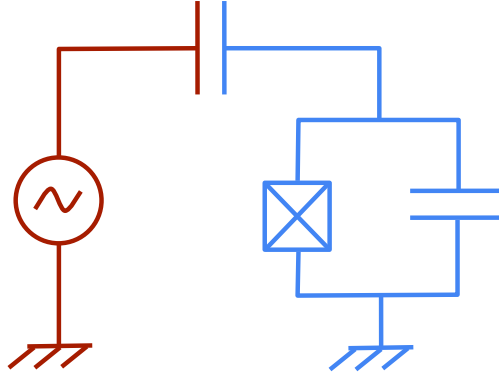
Режим на трансмон

Ранна реализация на кубит, произлязла от този Джозефсонов осцилатор, е „кутията за Купърви двойки“ (CPB), наричана още зарядов кубит. В своята идеализирана форма CPB е малък свръхпроводящ остров с преход с Джозефсонова енергия E_J и управляващ кондензатор към външно напрежение V_g (фиг. 4.1). Хамилтонианът на устройството става

$$H = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi}, \quad (4.10)$$

където $n_g = C_g V_g / 2e$ е отместващият заряд, индуциран от управляващия електрод (gate). Чрез настройка на V_g може да се контролира зарядовата конфигурация на острова, което прави енергийните нива силно зависими от n_g . Макар тази характеристика да позволява бърз контрол на гейтовете, тя също така прави кубита силно чувствителен на зарядов шум в околната среда — значителен източник на декохерентност.

За да се смекчи чувствителността на „кутията за Купърви двойки“ към заряда, е въведен дизайнът на трансмонния кубит. Трансмонът по същество е CPB, работещ в параметричен режим $E_J \gg E_C$. Чрез увеличаване на съотношението E_J/E_C се изглажда зависимостта на енергийните нива от отместващия заряд n_g . Вследствие на това, преходните честоти на кубита стават почти нечувствителни към зарядов шум, което значително подобрява времената на кохерентност. Енергийните собствени състояния на Хамилтониана (4.9) могат да бъдат апроксимирани със слабо нехармоничен осцилатор. Въпреки че Джозефсоновата нелинейност е намалена в този режим на голямо E_J/E_C , тя остава достатъчна, за да се разграничи и адресира преходът $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ без значително изтичане към по-високи нива. Тази ситуация предлага оптимален баланс: достатъчно силна нелинейност, за да се дефинира кубит, но достатъчно слаба, за да се избегне силна зарядова дисперсия. Водещите членове в разложението на $\cos \hat{\phi}$ дават хармоничен осцилатор с честота $\omega = \sqrt{8E_J E_C} / \hbar$, докато членовете от по-висок ред въвеждат нехармоничност $\alpha = -E_C$. Тъй като $\alpha < 0$, честотата на прехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ е по-ниска от честотата на прехода $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, което позволява селективна манипулация на състоянията на кубита.



Фигура 4.1: Верига на трансмонен кубит (синьо), управляван от източник на променливо напрежение (червено).

Микровълнов контрол на трансмони

Управлението на трансмонни кубити се постига чрез микровълнови импулси, които задвижват преходи между квантуваните енергийни нива. Хамилтонианът на капацитивно управляван трансмонен кубит е пропорционален на оператора на заряда и може да бъде записан като

$$\hat{H}_d = i\Omega(t)(a^\dagger - a), \quad (4.11)$$

където $\Omega(t) = \Omega_0(t) \cos \omega t$ описва микровълновото поле и обикновено съдържа бавно променяща се импулсна обвивка Ω_0 и бърза носеща честота ω .

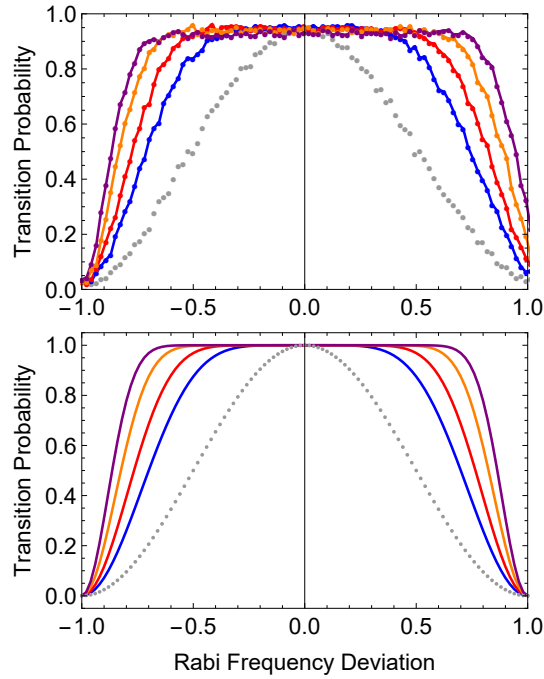
Чрез прецизно настройване на честотата, амплитудата и фазата на микровълновите импулси могат селективно да се управляват преходи между конкретни енергийни нива, като например $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$. Това формира основата за еднокюбитови гейтове. Освен това, свързването на няколко трансмона позволява реализацията на двукюбитови гейтове, което прави възможно универсалното квантово изчисление. За повече информация относно свръхпроводниковите кубити препращаме читателя към обширната литература по темата [87, 88].

4.2 Експериментална демонстрация на композитни импулси

В тази секция извършваме подробни експериментални тестове на различни композитни импулсни поредици, като използваме един от квантовите процесори на ИВМ с отворен достъп, базиран на свръхпроводникови трансмонни кубити. Ние реализираме изричен импулсен контрол на кубита, като се възползваме от възможността за достъп на ниско ниво до хардуера, предоставена от ИВМ Quantum. Получаваме профилите на възбуждане за голямо разнообразие от широколентови, тяснолентови и правоъгълни композитни импулси, които създават произволно избрани целеви вероятности, вариращи от нула до едно. Тестваме и универсални композитни импулси, които компенсират грешки във всеки експериментален параметър. Във всички експерименти намираме отлично съответствие между теоретичните и експерименталните профили на възбуждане. Това доказва както ефективността и гъвкавостта на композитните импулси като инструмент за квантов контрол, така и високото качество на квантовия процесор на ИВМ. Като екстреман пример, тестваме и наблюдаваме ясно изразен тяснолентов профил на възбуждане за композитна поредица от цели 1001 импулса.

4.2.1 Описание на експеримента

Експериментите, които създават профилите на възбуждане на композитните поредици в този труд, са извършени с помощта на ИВМ Quantum Experience [89]. Използваният процесор е `ibmq_armonk v2.4.26`, който е един от квантовите процесори на ИВМ от серията `Canary`. Той се състои от един трансмонен кубит, управляван от микровълнови импулси, като се използва модула за квантови изчисления `Qiskit Pulse` [90], част от платформата с отворен код `Qiskit` [91]. Параметрите на кубита, калибрирани по време на експеримента, са следните: преходна честота от 4.972 GHz и нехармоничност от -0.34719 GHz. Времената на кохерентност T_1 и T_2 са 203.44 μs и 301.91 μs , а грешката при изчитане е 3.57%.



Фигура 4.2: Профили на възбуждане за широколентови композитни импулси, с фази от уравнение (2.49), за $N = 3, 5, 9, 15$ (отвътре навън). Сивата пунктирана крива изобразява профила на единичен импулс за сравнение. Горният панел демонстрира експерименталните резултати, докато долният панел показва теоретичните предвиждания.

За всеки проведен експеримент прилагаме поредица от правоъгълни импулси със съответните фазови отмествания, като всеки отделен импулс има продължителност $T = 100$ ns. Честотата на Раби, съответстваща на перфектна π ротация, е следователно $\Omega = \pi/T = 2\pi \times 5$ MHz. На нашите фигури сме изобразили вероятността за преход като функция на отклонението ϵ от тази перфектна стойност, $\Omega \rightarrow \Omega(1 + \epsilon)$, където ϵ приема стойности в диапазона от -1 до 1 . Всеки експеримент се повтаря 1024 пъти, а резултатите се осредняват, за да се получи една точка от данните за нашите графики.

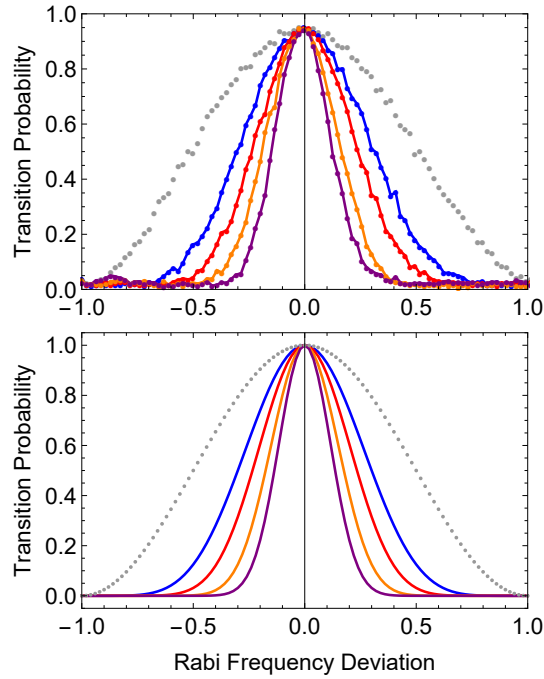
Отбелязваме, че на фигурите, представящи експерименталните резултати, профилите на възбуждане не достигат желаната целева вероятност и се различават от теоретичните предвиждания с малка стойност. Това до голяма степен се дължи на грешката при измерване, която е от порядъка на 3.5%.

4.2.2 Композитни импулси за пълен пренос на заселеност

Първо изследваме три класа композитни поредици, които създават пълен пренос на заселеност в широколентов (ВВ) [59], тяснолентов (NB) [60] и лентов (PB) [61] профил на възбуждане спрямо отклонения в честотата на Раби. След това тестваме универсалните КИ [62], които осигуряват устойчив пренос на заселеност по отношение на всякакви видове грешки, докато еволюцията е унитарна. Всички композитни поредици в тази секция предполагат нечетен общ брой N на несъвършени, но идентични импулси с номинална площ (т.е. при липса на грешки) от π .

Широколентови импулси

Започваме с тестване на ВВ КИ, изведени в [59]. Тези поредици от номинални π импулси с относителни фази се извеждат чрез анулиране на производни членове в разложението на пропагатора спрямо грешката в честотата на Раби в точката на нулева грешка. Композитните фази ϕ_k , изведени по този подход, са (2.49). Профилите на възбуждане на тези поредици са показани на фиг. 4.2 за поредици с $N = 3, 5, 9, 15$ импулса. Както се вижда от фигурата, съответствието между теоретичните предвиждания и експерименталните данни е отлично. С увеличаване на броя на импулсите в ВВ поредицата профилите на възбуждане стават все по-широки.

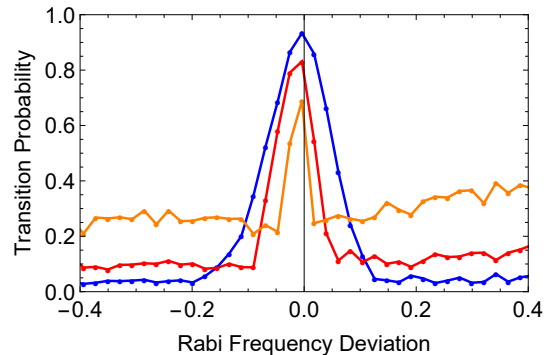


Фигура 4.3: Профили на възбуждане за NV композитни импулси с фази от уравнение (2.69), за $N = 3, 5, 9, 15$ (отвън навътре). Сивата пунктирна крива изобразява профила на единичен импулс за сравнение. Горният панел демонстрира експерименталните резултати, докато долният панел показва теоретичните предвиждания.

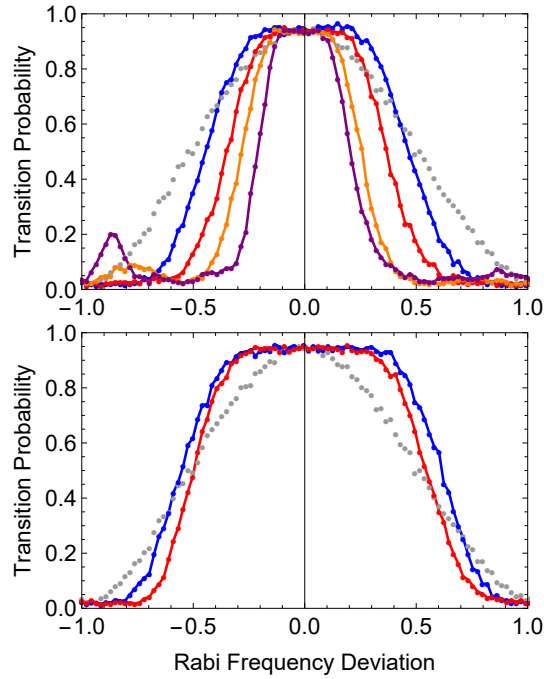
Тяснолентови импулси

Използвайки подобен подход като за ВВ импулсите, но анулирайки производните членове при нулева честота на Раби, в [60] са изведени поредици с NV профили. Фазите на тези КИ са (2.69). Профилите на възбуждане за NV поредици от $N = 3, 5, 9, 15$ импулса са илюстрирани на фиг. 4.3. Както се вижда от фигурите, NV КИ се представят според очакванията, в отлично съответствие с теорията. NV импулсите могат да бъдат много полезни за пространствена локализация и елиминиране на нежелано кръстосано взаимодействие със съседни кубити.

Сега тестваме границите по отношение на броя на импулсите, за което аналитичната формула за фазите (2.69) предоставя голяма възможност. Измерихме няколко екстремни случая с $N = 75, 225, 1001$, които са показани на фиг. 4.4. Доколкото ни е известно, толкова дълги КИ досега не са използвани в експеримент. За наша голяма изненада, NV поредиците се представят отлично дори за такъв *огромен* брой импулси, с ясно изразен свиващ се профил на възбуждане. Отбелязваме, че по-дългите поредици водят до намаляване на



Фигура 4.4: Профили на възбуждане за NV композитни импулси с фази от уравнение (2.69), за екстремен брой съставни импулси, $N = 75, 225, 1001$ (отвън навътре).



Фигура 4.5: Профили на възбуждане за правоъгълни композитни импулси, изведени в [61], за поредиците $B_3(N_3)$, $B_3(N_5)$, $B_3(N_9)$, $B_3(N_{15})$ (горен панел, отвън навътре) и $N_3(B_3)$ и $N_5(B_3)$ (долен панел, отвън навътре). Сивата пунктирана крива изобразява профила на единичен импулс за сравнение.

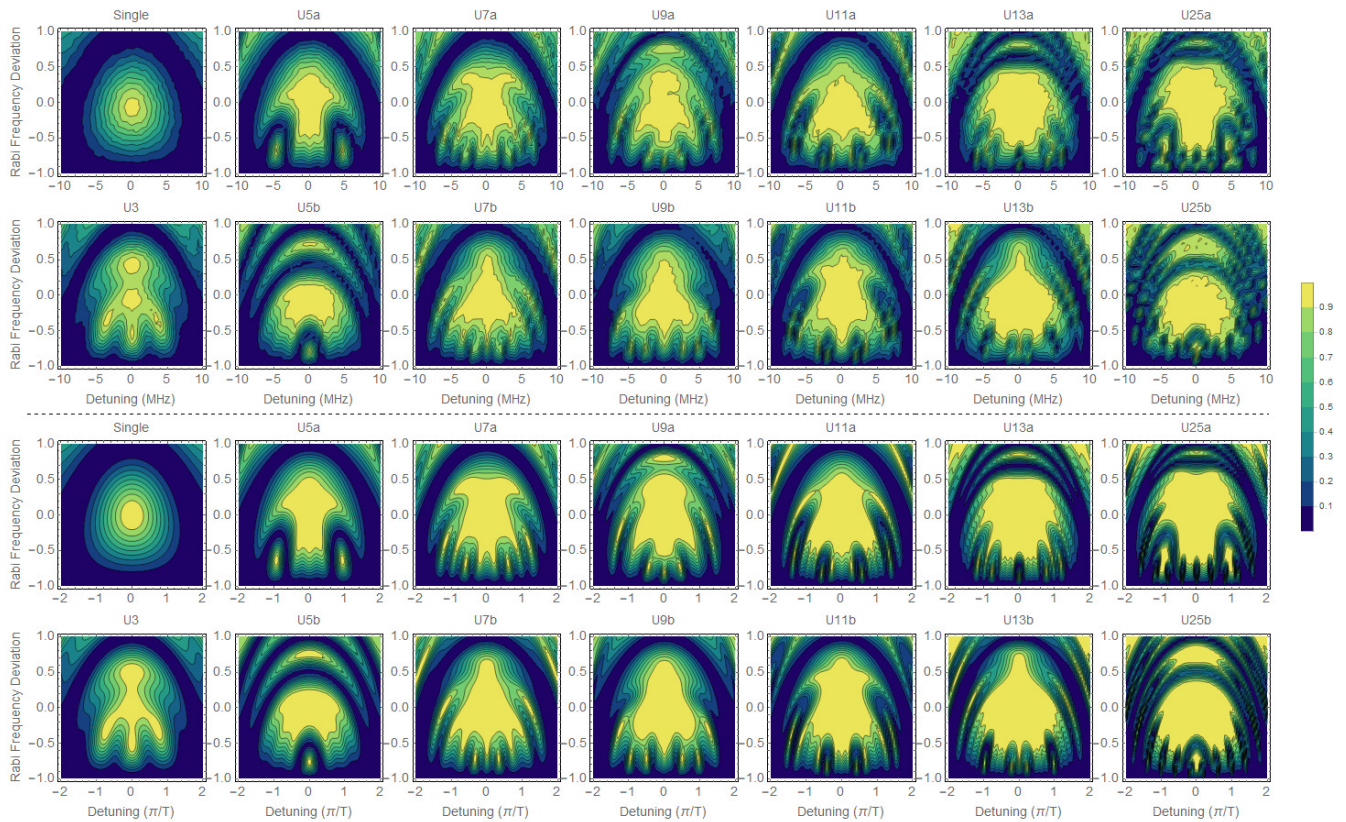
пиковата вероятност за преход и повдигане на крилата, което е очаквано поведение поради дефазирането на кубита. Наистина, 1001-импулсната поредица има обща продължителност от около $100 \mu s$, което е около половината от времената на кохерентност T1 и T2. Отбелязваме също, че способността на кубита на IBM да поддържа такива изключително големи КИ, чийто NV ефект зависи критично от квантовата кохерентност, демонстрира много високото качество на този кубит.

Правоъгълни импулси

Чрез комбиниране на ВВ и NV импулси могат да се конструират РВ композитни поредици, както е демонстрирано в [61]. Изведени са два типа такива КИ, наречени $\mathcal{N}(\mathcal{B})$ и $\mathcal{B}(\mathcal{N})$, което означава влагане на ВВ импулс в NV импулс, или на NV импулс в ВВ импулс, съответно. На фиг. 4.5 изобразяваме профилите на възбуждане за поредиците $B_3(N_3)$, $B_3(N_5)$, $B_3(N_9)$, $B_3(N_{15})$ (горен панел), както и за поредиците $N_3(B_3)$ и $N_5(B_3)$ (долен панел). Всички тествани поредици се представят според очакванията и осигуряват добър РВ тип профил на възбуждане. От особен интерес са профилите $\mathcal{B}(\mathcal{N})$ (горен панел), които са много по-тесни. Те могат да се разглеждат като NV профили (фиг. 4.3) с по-плосък връх. Следователно те могат да се използват както за потискане на нежелано кръстосано взаимодействие със съседни кубити, така и за смекчаване на нестабилността на насочването на лазерния лъч при лазерно управлявани йони и атоми.

Универсални композитни импулси

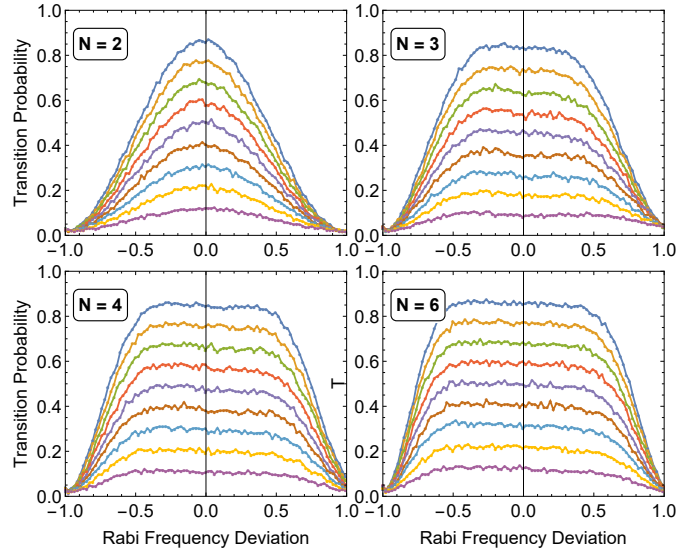
Универсалните КИ, изведени в [62], имат уникалната способност да компенсират всякакви систематични грешки в експерименталните параметри, докато еволюцията се управлява от Ермитов Хамилтониан, т.е. е кохерентна. Композитните фази на тестваните универсални поредици са дадени в таблица 4.1. Съответните профили на възбуждане като функция на честотата на Раби и детюнинга са изобразени на фиг. 4.6. Отново се наблюдава забележително съответствие между експеримента (горни панели) и теорията (долни панели), дори в дребните детайли.



Фигура 4.6: Вероятност за преход като функция на честотата на Раби и детюнинга за универсални композитни поредици с фази, дадени в таблица 4.1. Горната част демонстрира експерименталните резултати, докато долната част показва теоретичните предвиждания.

Таблица 4.1: Фази на универсални КИ.

Импулс	Фази
U3	$(0, 1, 0)\pi/2$
U5a	$(0, 5, 2, 5, 0)\pi/6$
U5b	$(0, 11, 2, 11, 0)\pi/6$
U7a	$(0, 11, 10, 17, 10, 11, 0)\pi/12$
U7b	$(0, 1, 14, 19, 14, 1, 0)\pi/12$
U9a	$(0, 0.366, 0.638, 0.435, 1.697, 0.435, 0.638, 0.366, 0)\pi$
U9b	$(0, 0.634, 1.362, 0.565, 0.303, 0.565, 1.362, 0.634, 0)\pi$
U11a	$(0, 11, 10, 23, 1, 19, 1, 23, 10, 11, 0)\pi/12$
U11b	$(0, 1, 14, 13, 23, 17, 23, 13, 14, 1, 0)\pi/12$
U13a	$(0, 9, 42, 11, 8, 37, 2, 37, 8, 11, 42, 9, 0)\pi/24$
U13b	$(0, 33, 42, 35, 8, 13, 2, 13, 8, 35, 42, 33, 0)\pi/24$
U25a	$(0, 5, 2, 5, 0, 11, 4, 1, 4, 11, 2, 7, 4, 7, 2, 11, 4, 1, 4, 11, 0, 5, 2, 5, 0)\pi/6$
U25b	$(0, 11, 2, 11, 0, 5, 4, 7, 4, 5, 2, 1, 4, 1, 2, 5, 4, 7, 4, 5, 0, 11, 2, 11, 0)\pi/6$



Фигура 4.7: Вероятност за преход, индуцирана от композитни ВВ тета импулси с дължини $N = 2, 3, 4, 6$. Композитните фази са дадени в таблица 4.2, а вероятността за преход е фиксирана на нива $0.1, 0.2, \dots, 0.9$.

4.2.3 Тета импулси

В тази секция тестваме композитни импулсни поредици, които генерират всяка предварително избрана вероятност за преход с широколентови, тяснолентови или правоъгълни профили [92, 93]. За всички тествани θ импулси сме избрали целевите вероятности да варират от $p = 0.1$ до $p = 0.9$, със стъпка от 0.1 .

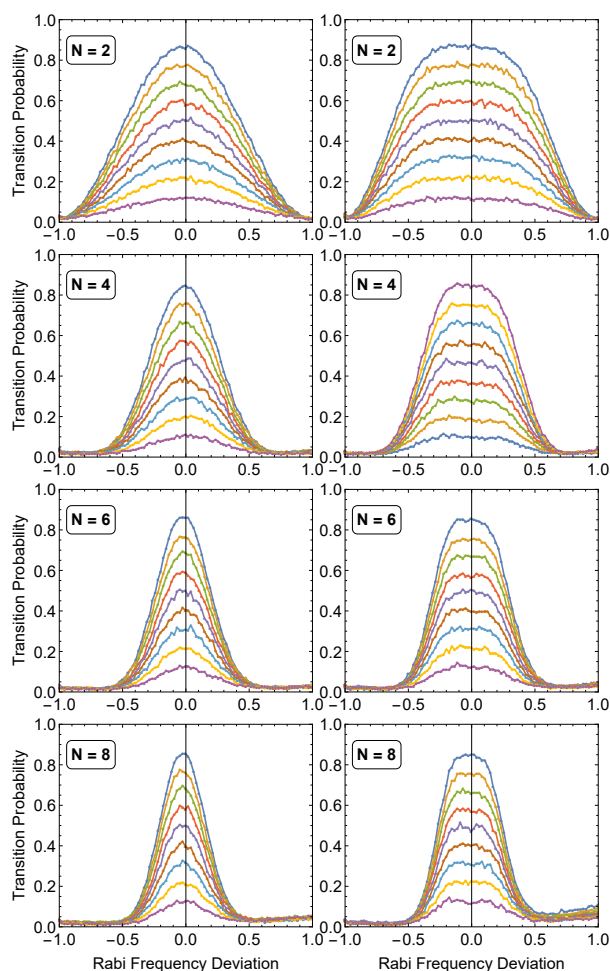
Широколентови тета импулси

Започваме с тестване на широколентовите тета импулси, изведени в [92]. Профилите на възбуждане са изобразени на фиг. 4.7. Те демонстрират, първо, равноотстоящото стъпаловидно нарастване на вероятността за преход в централната част, и второ, разширяването на плоската централна част с увеличаване на броя на съставните импулси, което сигнализира за нарастваща устойчивост на отклонения в честотата на Раби.

Тяснолентови и правоъгълни тета импулси

Експериментално измерените профили са изобразени на фиг. 4.8 (лява колона). Както се предвижда от теорията, централната част се свива с увеличаване на броя на съставните импулси, което сигнализира за нарастваща чувствителност към отклонения в честотата на Раби.

Накрая, РВ θ импулси могат да се получат чрез „сдвояване“ на два тяснолентови $\pi/2$ КИ, като фазите на втората поредица са отместени с фазата $\vartheta = 2 \arccos(\sqrt{p})$ [93]. Профилите на възбуждане на РВ са изобразени на фиг. 4.8 (дясна колона). В сравнение с NB поредиците, РВ поредиците генерират плосък връх на всеки профил, макар и не толкова широк, колкото при ВВ поредиците. Следователно те позволяват както NB-



Фигура 4.8: Вероятност за преход, индуцирана от композитни NB (лява колона) и PB (дясна колона) тета импулси с дължини съответно N и $2N$. Композитните фази са дадени в таблици 4.3 и 4.4, а вероятността за преход е фиксирана на нива $0.1, 0.2, \dots, 0.9$.

подобно потискане на възбудането извън централната област, така и ВВ-подобна компенсация за малки грешки в централната област.

4.2.4 Допълнение: Фази на ВВ, NB и PB θ композитни импулси

Тук представяме фазите на композитните θ -импулси, използвани в експериментите в този труд, които не могат да бъдат изразени с аналитични формули. Таблица 4.2 показва фазите за ВВ КИ, таблица 4.3 — за NB КИ, и таблица 4.4 — за PB КИ.

Таблица 4.2: Фази (в единици π) на КИ, които създават ВВ профили с различна целева вероятност за преход p . A е номинален $\pi/2$ импулс, а B е номинален π импулс.

p	2 импулса $A_0 A_{\phi_2}$	3 импулса $A_0 B_{\phi_2} A_{\phi_3}$	4 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} A_{\phi_4}$	5 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} A_{\phi_5}$	6 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} A_{\phi_6}$
	ϕ_2	ϕ_2, ϕ_3	ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5$	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$
0.1	0.7952	0.8204, 1.4359	2/3, 1.4618, 0.7952	0.5033, 1.6110, 1.1032, 1.7861	2/5, 8/5, 0.3952, 1.1952, 0.7952
0.2	0.7048	0.7952, 1.2952	2/3, 1.3715, 0.7048	0.4569, 1.5710, 1.185, 1.8467	2/5, 8/5, 0.3048, 1.1048, 0.7048
0.3	0.6310	0.7778, 1.1866	2/3, 1.2977, 0.6310	0.4253, 1.5436, 1.2531, 1.9006	2/5, 8/5, 0.2310, 1.0310, 0.6310
0.4	0.5641	0.7634, 1.0908	2/3, 1.2308, 0.5641	0.3991, 1.5209, 1.3153, 1.9510	2/5, 8/5, 0.1641, 0.9641, 0.5641
0.5	0.5	3/4, 1	2/3, 7/6, 1/2	3/8, 3/2, 11/8, 0	2/5, 8/5, 1/10, 9/10, 1/2
0.6	0.4359	0.7366, 0.9092	2/3, 1.1026, 0.4359	0.3509, 1.4791, 1.4347, 0.0490	2/5, 8/5, 0.0359, 0.8359, 0.4359
0.7	0.3690	0.7222, 0.8134	2/3, 1.0357, 0.3690	0.3247, 1.4564, 1.4969, 0.0994	2/5, 8/5, 1.9689, 0.7689, 0.3689
0.8	0.2952	0.7048, 0.7048	2/3, 0.9618, 0.2952	0.2931, 1.4291, 1.565, 0.1533	2/5, 8/5, 1.8952, 0.6952, 0.2952
0.9	0.2048	0.6796, 0.5641	2/3, 0.8715, 0.2048	0.2467, 1.3890, 1.6468, 0.2139	2/5, 8/5, 1.8048, 0.6048, 0.2048

Таблица 4.3: Фази (в единици π) на КИ, които създават NB профили с различна целева вероятност за преход p . A е номинален $\pi/2$ импулс, а B е номинален π импулс.

p	2 импулса $A_0 A_{\phi_2}$	4 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} A_{\phi_4}$	6 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} A_{\phi_6}$	8 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} B_{\phi_6} B_{\phi_7} A_{\phi_8}$
	ϕ_2	ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7, \phi_8$
0.1	0.7952	0.0769, 1.0257, 1.1026	1.4150, 0.5716, 0.8499, 0.0064, 1.4214	1.2681, 0.5191, 0.4643, 1.5937, 1.5389, 0.7899, 0.0580
0.2	0.7048	0.1108, 1.0373, 1.1481	1.4316, 0.6075, 0.8012, 1.9772, 1.4087	1.2813, 0.5427, 0.4539, 1.6112, 1.5223, 0.7838, 0.0651
0.3	0.6310	0.1386, 1.0469, 1.1855	1.4379, 0.6284, 0.7646, 1.9551, 1.3930	1.2879, 0.5569, 0.4423, 1.6198, 1.5052, 0.7742, 0.0621
0.4	0.5641	0.1639, 1.0557, 1.2196	1.4400, 0.6430, 0.7330, 1.9360, 1.3760	1.2917, 0.5672, 0.4302, 1.6248, 1.4879, 0.7633, 0.0551
0.5	0.5	0.1881, 1.0644, 1.2525	1.4396, 0.6541, 0.7038, 1.9182, 1.3579	1.2939, 0.5752, 0.4177, 1.6277, 1.4702, 0.7515, 0.0454
0.6	0.4359	0.2124, 1.0732, 1.2857	1.4374, 0.6629, 0.6752, 1.9008, 1.3382	1.2948, 0.5818, 0.4043, 1.6291, 1.4516, 0.7386, 0.0334
0.7	0.3690	0.2379, 1.0827, 1.3207	1.4334, 0.6702, 0.6460, 1.8828, 1.3162	1.2947, 0.5874, 0.3896, 1.6291, 1.4314, 0.7241, 0.0187
0.8	0.2952	0.2661, 1.0936, 1.3597	1.4274, 0.6763, 0.6142, 1.8630, 1.2904	1.2934, 0.5922, 0.3727, 1.6277, 1.4081, 0.7069, 0.0003
0.9	0.2048	0.3009, 1.1075, 1.4083	1.4183, 0.6813, 0.5755, 1.8385, 1.2568	1.2906, 0.5965, 0.3508, 1.6240, 1.3784, 0.6843, 1.9749

Таблица 4.4: Фази (в единици π) на КИ, които създават РВ профили с различна целева вероятност за преход p . Точната стойност на ϑ е $\vartheta = 2 \arccos(\sqrt{p})$. A е номинален $\pi/2$ импулс, а B е номинален π импулс.

p	ϑ	4 импулса $A_0 A_{\phi_2} A_{\phi_2+\vartheta} A_{\vartheta}$	8 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} A_{\phi_4}$ $A_{\phi_4+\vartheta} B_{\phi_3+\vartheta} B_{\phi_2+\vartheta} A_{\vartheta}$	12 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} A_{\phi_6}$ $A_{\phi_6+\vartheta} B_{\phi_5+\vartheta} B_{\phi_4+\vartheta}$ $B_{\phi_3+\vartheta} B_{\phi_2+\vartheta} A_{\vartheta}$	16 импулса $A_0 B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} B_{\phi_6} B_{\phi_7} A_{\phi_8}$ $A_{\phi_8+\vartheta} B_{\phi_7+\vartheta} B_{\phi_6+\vartheta} B_{\phi_5+\vartheta}$ $B_{\phi_4+\vartheta} B_{\phi_3+\vartheta} B_{\phi_2+\vartheta} A_{\vartheta}$
		ϕ_2	ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$	$\phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7, \phi_8$
0.1	0.7952				
0.2	0.7048				
0.3	0.6310				
0.4	0.5641	0.5	0.1881, 1.0644, 1.2525	1.4396, 0.6541, 0.7038, 1.9182, 1.3579	1.2939, 0.5752, 0.4177, 1.6277, 1.4702, 0.7515, 0.0454
0.5	0.5				
0.6	0.4359				
0.7	0.3690	във всички случаи	във всички случаи	във всички случаи	във всички случаи
0.8	0.2952				
0.9	0.2048				

Глава 5

Неермитов квантов контрол

5.1 Неермитов пряк път към адиабатност

Както беше въведено в подсекция 1.4, неермитовите Хамилтониани предоставят нова парадигма за квантов контрол. В тази глава развиваме тази идея, като въвеждаме неермитов пряк път към адиабатност. Чрез добавяне на имагинерен член в диагоналните елементи на Хамилтониана на квантова система с две състояния показваме как може да се анулират неадиабатните загуби и да се извърши произволно бърз пренос на заселеност, без да е необходимо да се увеличава взаимодействието. Прилагаме тази техника към два популярни модела с пресичане на нива: модела на Ландау-Зенер и модела на Алън-Ебърли.

5.1.1 Адиабатен преход в система с две състояния

В тази секция ще направим кратък преглед на теорията зад бързия адиабатен преход за Ермитова система с две състояния (вж. напр. [25, 26, 27, 28]). Динамиката на квантова система с две състояния се описва от уравнението на Шрьодингер. Хамилтонианът в приближението на въртящата се вълна е

$$\mathbf{H}(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Omega(t) \\ \Omega(t) & 2\Delta(t) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

където $\Omega(t)$ е честотата на Раби, а $\Delta(t)$ е детюнингът. За да изследваме адиабатния преход, въвеждаме т.нар. адиабатни състояния $|\varphi_+(t)\rangle$ и $|\varphi_-(t)\rangle$, които са собствените състояния на зависещия от времето Хамилтониан. Амплитудите в адиабатния базис $\mathbf{a}(t)$ са свързани с диабатните $\mathbf{c}(t)$ чрез ротационна матрица, като $\mathbf{c}(t) = \mathbf{R}(\theta(t))\mathbf{a}(t)$, където $\theta(t) = \frac{1}{2}\arctan(\Omega/\Delta)$.

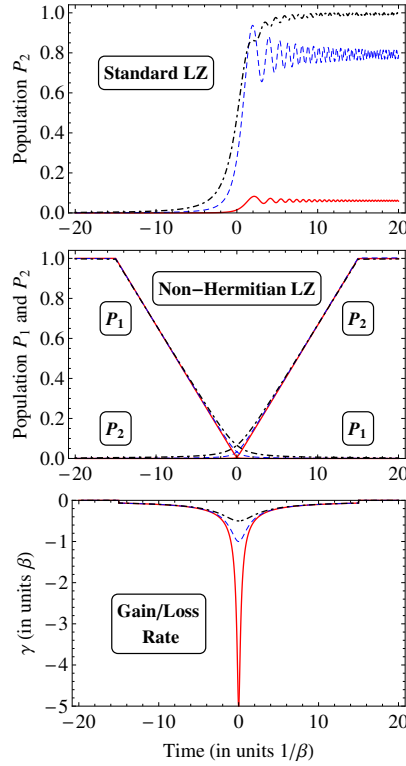
Ако $|\dot{\theta}(t)| \ll \lambda_+(t) - \lambda_-(t) = \lambda(t)$, тогава еволюцията е адиабатна и можем да пренебрегнем преходите между адиабатните състояния. Накрая, ако $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$ са избрани така, че $\theta(t) \rightarrow \pi/2$ при $t \rightarrow -\infty$ и $\theta(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, тогава имаме $|\varphi_+(-\infty)\rangle = |1\rangle$ и $|\varphi_+(\infty)\rangle = |2\rangle$, което означава, че адиабатното следване ще доведе до пълен пренос на заселеност от състояние $|1\rangle$ в $|2\rangle$. Ефективността на този пренос е ограничена от адиабатното условие, което изисква бавна еволюция. Пълен пренос на заселеност чрез адиабатно следване може да се реализира например с помощта на модела на Ландау-Зенер (LZ) [10, 11, 12, 13], модела на Алън-Ебърли (AE) [15] или чрез линейно честотно модулирани Гаусови импулси [94].

5.1.2 Неермитови преки пътища

В тази секция ще покажем как ефективността на преноса може да бъде подобрена чрез добавяне на подходящо избран неермитов член $i\gamma(t)$, който цели да анулира неадиабатното взаимодействие. За тази цел добавяме ненулев член γ в Хамилтониана (5.1) и получаваме

$$\mathbf{H}^\gamma(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} i\gamma(t) & \Omega(t) \\ \Omega(t) & 2\Delta(t) - i\gamma(t) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Неермитови Хамилтониани при две състояния са разглеждани в няколко скорошни работи (вж. напр. [95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102]) и са използвани за моделиране например на динамиката на отворени системи с две състояния или на преноса на светлина в оптичен насочен съединител с области на усилване и/или загуба.



Фигура 5.1: Еволюция на заселеностите във времето за стандартния LZ модел (горен панел) и с добавяне на неермитов член (среден панел). Скорост на загуба/усилване като функция на времето (долен панел). Стойностите на параметрите на взаимодействие са $\Omega_0/\beta = 0.2$ (плътна линия), $\Omega_0/\beta = 1$ (прекъсната линия) и $\Omega_0/\beta = 2$ (пунктирна линия).

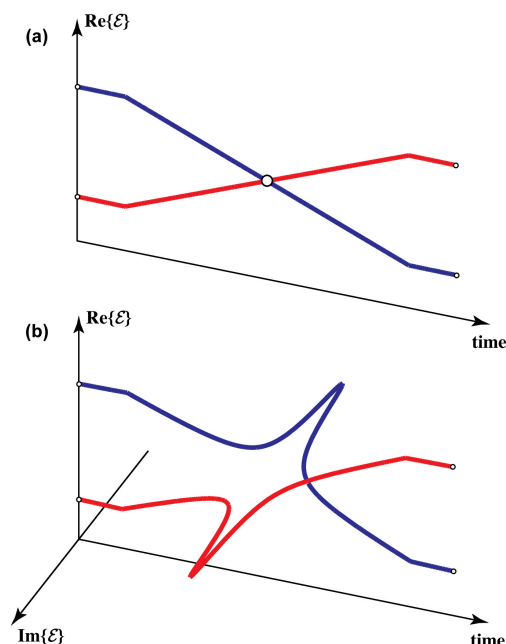
Например, Хамилтонианът (5.2) може да се използва за описание на физиката на два свързани вълновода (резонатора) с асиметричен профил на усилване-загуба и детюнинг на константата на разпространение, която варира с разстоянието (времето) [99].

В базиса $|\varphi_{\pm}(t)\rangle$ Хамилтонианът (5.2) има вида $\mathbf{H}_a^{\gamma}(t)$. Ако изберем $\gamma(t) = 2\dot{\theta}(t)/\sin 2\theta(t)$, можем да анулираме недиагоналния елемент $H_{12}(t)$, което означава, че състоянието $|\varphi_{-}(t)\rangle$, което първоначално не е населено, никога не получава заселеност по време на еволюцията. Тъй като състоянието $|\varphi_{+}(t)\rangle$ първоначално съвпада със състояние $|1\rangle$, а накрая със състояние $|2\rangle$, това позволява преносът да се реализира с произволна скорост.

На фиг. 5.1 сравняваме еволюцията на заселеностите за стандартния LZ модел и за този с допълнителния неермитов член. Вижда се, че в случая на неермитовия LZ модел преносът на заселеност винаги е перфектен, независимо от силата на взаимодействието. Трябва да се отбележи обаче, че тъй като Хамилтонианът е неермитов, нормата на вектора на състоянието не е задължително да се запазва по време на еволюцията, но поради симетрията на Ω и Δ , началната и крайната норма са единици. Разглеждаме еволюция в крайно време, тъй като интегралът от $\gamma(t)$ е дивергентен. За разлика от стандартния LZ модел, където енергиите се пресичат, в неермитовия LZ модел, поради допълнителния имагинерен член, двете криви не се пресичат в комплексната равнина (фиг. 5.2).

Една физическа реализация на неермитовия пряк път към адиабатност, проектиран за LZ модела, може да се осъществи във вълноводна оптика [103].

Като втори пример разглеждаме модела на АЕ, $\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(t/\tau)$, $\Delta(t) = D \tanh(t/\tau)$. Постъпваме по същия начин както с LZ модела. На фиг. 5.3 показваме еволюцията на заселеността за модела на АЕ със и без добавянето на члена $i\gamma$. За разлика от LZ модела, тук функцията γ не изчезва при $\pm\infty$, а клони към константна стойност.



Фигура 5.2: Собствени енергии за LZ модела. (a) Стандартен LZ модел, енергиите се пресичат във времето. (b) Неермитов LZ модел, поради имагинерния член $i\gamma(t)$, енергиите не се пресичат.

5.2 Неермитов пряк път към стимулиран Раманов адиабатен преход

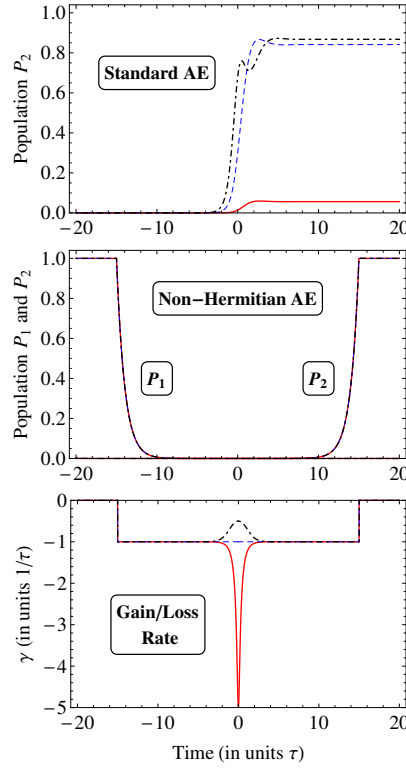
В тази секция предлагаме неермитово обобщение на стимулирания Раманов адиабатен преход (STIRAP), което позволява да се увеличи скоростта и точността на адиабатния преход. Това се постига чрез добавяне на балансирани имагинерни (усилване/загуба) членове в диагоналните елементи на Хамилтониана и избирането им така, че те да анулират точно неадиабатните взаимодействия, осигурявайки по този начин ефективен пряк път към адиабатност. Забележително е, че за STIRAP, използващ забавени импулси с Гаусова форма в контраинтуитивната схема, имагинерните членове на Хамилтониана се оказват независими от времето. Предложена е възможна физическа реализация на неермитовия STIRAP, базирана на пренос на светлина в три еванесцентно свързани оптични вълновода.

5.2.1 Теория на STIRAP в Ермитова система

Започваме с кратък преглед на теорията на STIRAP [104, 105]. Разглеждаме квантова система с три нива в ламбда конфигурация [Фиг. 5.4(a)], управлявана кохерентно от две външни полета. Целта е да се прехвърли цялата заселеност от началното състояние $|1\rangle$ в крайното състояние $|3\rangle$, без да се населва междинното състояние $|2\rangle$. Механизмът на преноса на заселеност в STIRAP се разбира лесно, ако се въведе т.нар. адиабатен базис, формирана от моментните собствени състояния на Хамилтониана. Едно от тези адиабатни състояния, $|\Phi_0(t)\rangle$, съдържа само състоянията $|1\rangle$ и $|3\rangle$. Освен това, при *контраинтуитивен* ред на напмпващия и Стоксовия импулс, ъгълът на смесване θ се променя от 0 до $\pi/2$ и получаваме $|\Phi_0(-\infty)\rangle = |1\rangle$ и $|\Phi_0(\infty)\rangle = |3\rangle$. Това означава, че ако еволюцията е перфектно адиабатна, се постига пълен пренос на заселеност към състояние $|3\rangle$. Еволюцията обаче никога не е перфектно адиабатна и винаги присъства неадиабатно взаимодействие $i\dot{\theta}$, което ограничава ефективността на STIRAP.

5.2.2 Неермитов пряк път

Разглеждаме Хамилтониана на STIRAP, но този път добавяме два зависещи от времето неермитови члена $\pm i\gamma$. Нашата цел е да изберем $\gamma(t)$ така, че членовете в Хамилтониана в адиабатния базис, които карат еволюцията да се отклонява от състоянието $|\Phi_0(t)\rangle$, да изчезнат.



Фигура 5.3: Същото като на фиг. 5.1, но за модела на АЕ. Стойностите на параметрите на взаимодействие са $B\tau = 1$ и $\Omega_0\tau = 0.2$ (плътна линия), $\Omega_0\tau = 1$ (прекъсната линия) и $\Omega_0\tau = 2$ (пунктирна линия). За разлика от неермитовия LZ модел, тук трите криви за P_1 и P_2 в неермитовия АЕ модел са неразличими.

5.2.3 Примери

Като първи пример, нека приемем, че напмпващият и Стоксовият импулс имат Гаусова форма. За тази форма на импулса може лесно да се покаже, че функцията за усилване/загуба е константа, $\gamma(t) = 2\frac{\tau}{T^2}$. Тази независимост от времето на γ позволява сравнително лесна реализация на неермитовия Хамилтониан във вълноводна оптика. На фиг. 5.5 е изобразена еволюцията във времето на заселеността на целевото състояние $|3\rangle$ за обикновения STIRAP ($\gamma = 0$) и за неермитовото разширение ($\gamma \neq 0$). Вижда се, че неермитовият STIRAP силно превъзхожда оригиналния Ермитов STIRAP, като постига пълен пренос на заселеност.

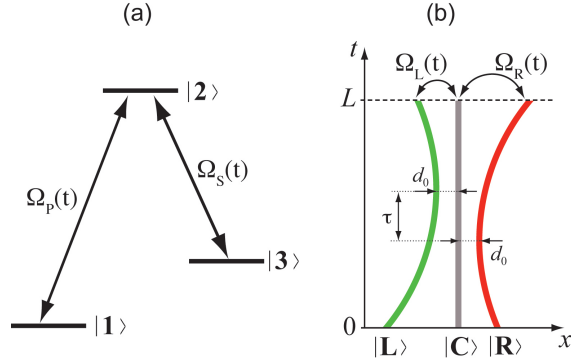
Като втори пример приемаме форми на импулсите тип хиперболичесен секанс. В този случай членът γ зависи от времето. На фиг. 5.6 показваме еволюцията на заселеността на целевото състояние. Отново установяваме, че чрез използване на неермитовия STIRAP получаваме много по-висока точност, дори за стойности на параметрите, при които обикновеният STIRAP се проваля.

5.2.4 Заключение и дискусия

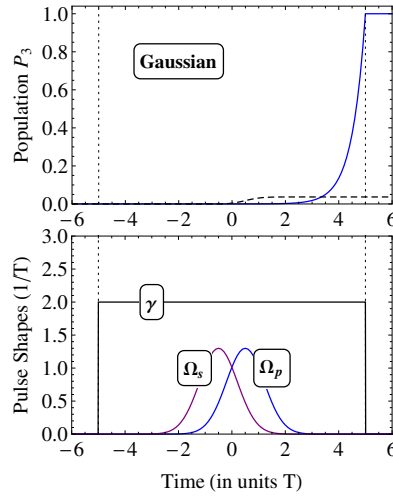
В тази секция изследвахме теоретично неермитово обобщение на STIRAP, което позволява да се анулира неадиабатното взаимодействие и да се увеличи скоростта и точността на процеса. Забележително е, че за STIRAP с Гаусови импулси, необходимите имагинерни членове на Хамилтониана се оказват независими от времето, което позволява осъществима реализация във вълноводна оптика. Нашият метод има някои ограничения: не може да се приложи за произволни форми на импулси, като например \sin^2 , където членът γ е дивергентен. Освен това, техниката е много чувствителна към началните условия и работи само за резонансен STIRAP.

5.3 Псевдоермитов модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана

В тази секция извеждаме аналитичното решение на модела на система с две състояния, взаимодействаща с външно кохерентно поле, в който Хамилтонианът е псевдоермитов. Описваме подробно неермитовото обоб-



Фигура 5.4: (а) Схема на взаимодействие при STIRAP. (б) Свързани чрез тунелиране оптични вълноводи, реализиращи неермитов STIRAP в контраинтуитивна схема за Гаусови импулси. заселеностите на атомните състояния се имитират от мощността на светлината, разпространяваща се във вълноводите. Вълноводът $|L\rangle$ е със загуби, докато вълноводът $|R\rangle$ осигурява усилване.



Фигура 5.5: (Горе) Вероятност за преход $P_{1 \rightarrow 3}$ като функция на времето за Гаусови форми на импулсите с $\Omega_0 = 1.3/T$ и $\tau = T$. Черната прекъсната линия илюстрира стандартната техника STIRAP, плътната синя линия показва неермитовия STIRAP. (Долу) Форми на напояващия и Стоксовия импулс и на функцията за усилване/загуба $\gamma(t)$.

щение на известния модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана, но подобни обобщения могат да бъдат изведени по много прост начин и за другите аналитично решими модели с две състояния. Аналитичните решения притежават неермитов динамичен инвариант, който заменя условието за запазване на вероятността в Ермитовия случай. Предложени са реализации във вълноводна оптика и нелинейно честотно преобразуване.

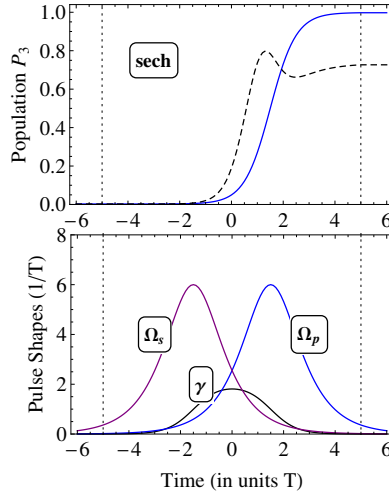
5.3.1 Модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана

Моделът

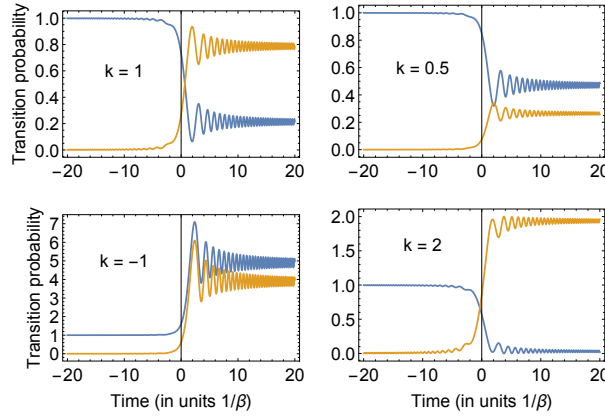
Разглежданият модел е за квантова система с две нива и параметри $\Omega(t)$ и $\Delta(t)$, както и параметър k , който внася асиметрия в системата и прави Хамилтониана неермитов. Ако k е реален, Хамилтонианът е псевдоермитов. В модела на LZSM [10, 11, 12, 13] имаме постоянно взаимодействие и линеен детюнинг, $\Omega(t) = \Omega_0, \Delta(t) = \beta^2 t$.

Точно решение

Решението на уравнението на Шрьодингер се изразява чрез функцията на Вебер $D_\nu(z)$. Ако сравним резултатите с пропагатора на Ермитовия LZSM модел [106], ще видим, че диагоналните елементи са същите като



Фигура 5.6: Същото като на фиг. 5.5, но за форми на импулсите тип хиперболичен секанс с $\Omega_0 = 6/T$ и $\tau = 3T$.



Фигура 5.7: Вероятности за преход $P_{1 \rightarrow 1}$ и $P_{1 \rightarrow 2}$ като функция на мащабираното време за различни стойности на параметъра k . Тук $(t)_i \rightarrow -\infty$ и $\Omega_0 = \beta$.

за Ермитовия случай със замяната $\Omega \rightarrow \Omega\sqrt{k}$, но извъндиагоналните елементи притежават и допълнителен нетривиален фактор на загуба/усилване \sqrt{k} .

На фиг. 5.7 е изобразена еволюцията на вероятността за преход във времето за различни стойности на параметъра k . За Ермитовия случай, $k = 1$, сумата на вероятностите се запазва. За $k = -1$ се запазва тяхната разлика. За $k < 1$ възниква загуба на вероятност, а за $k > 1$ — усилване.

5.3.2 Дискусия и заключение

В тази секция изведохме аналитични решения за специален тип псевдоермитово обобщение на проблем с две състояния. Фокусирахме се върху модела на LZSM, но също така показахме как да се изведе решението за обобщения на всеки проблем с две състояния. Разгледани бяха няколко практически приложения, а именно във вълноводна оптика и генерация на сумарна честота. Отбелязваме, че поради практическа осъществимост, сме приели само реални стойности на параметъра на асиметрия k . Въпреки това, повечето от изведените формули са валидни и за комплексни стойности на k , в който случай Хамилтонианът има по-обща неермитова форма.

Глава 6

Квантов контрол в хирални молекули

6.1 Ефективно и устойчиво хирално разделяне чрез композитни импулси

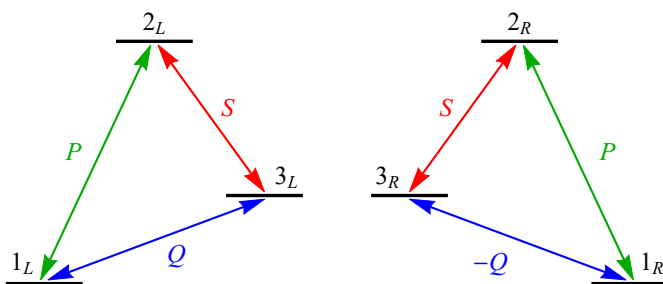
В тази секция представяме метод за детекция на хирални молекули, използващ поредици от три импулса, управляващи квантова система с три състояния в затворен контур. Ляво- и дясновъртящите енантиомери имат идентични оптични свойства (честоти на преходите и диполни моменти на преходите), като единствената разлика е в знака на едно от свързванията. Ние идентифицираме дванадесет различни последователности от резонансни импулси, при които се наблюдава хирално разделяне с перфектен контраст. Във всички тях първият и третият импулс са $\pi/2$ -импулси, а средният импулс е π -импулс. Освен това, един от трите импулса трябва да има фазово отместване от $\pi/2$ спрямо другите два. Простотата на предложената техника за хирално разделяне позволява лесни разширения към по-ефективни и по-устойчиви реализации чрез замяна на единичните $\pi/2$ и π -импулси с композитни импулси. Представяме конкретни примери за хирално разделяне чрез композитни импулси, които компенсират грешки в площите на импулсите и детюнинга на управляващите полета.

6.1.1 Три единични импулса

Описание на метода

Първо описваме метода за създаване на зависим от хиралността трансфер на заселеност в затворена система от тип Δ , както е илюстрирано на Фиг. 6.1, чрез използване на подходящи поредици от резонансни импулси. Както е показано на Фиг. 6.1, приемаме, че единствената разлика между L - и R -хиралните молекули е в знака на Q -свързването, управляващо прехода $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, и следователно пренебрегваме (възможните) изключително малки разлики, дължащи се на електрослабото взаимодействие [107].

За да бъдем по-конкретни, нека разгледаме следната обща последователност от три резонансни импулса: P импулс, последван от S импулс, последван от Q импулс. Можем да опишем еволюцията на системата, като



Фигура 6.1: Схеми на свързване за молекули с лява (L) и дясна (R) хиралност. Честотите на преходите и свързванията са идентични, като единствената разлика е в знака на диполния момент на прехода Q , което води до Раби честоти с противоположни знаци.

използваме пълния пропагатор, който е произведение на трите съставни пропагатора,

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_Q \mathbf{U}_S \mathbf{U}_P, \quad (6.1)$$

с

$$\mathbf{U}_P = \begin{bmatrix} a_P & b_P & 0 \\ -b_P^* & a_P^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.2a)$$

$$\mathbf{U}_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_S & b_S \\ 0 & -b_S^* & a_S^* \end{bmatrix}, \quad (6.2б)$$

$$\mathbf{U}_Q = \begin{bmatrix} a_Q & 0 & \pm b_Q \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp b_Q^* & 0 & a_Q^* \end{bmatrix}, \quad (6.2в)$$

където знаците \pm и \mp в последния пропагатор отчитат L (горен знак) и R (долен знак) хиралност. Тук a_X и b_X ($X = P, S, Q$) са параметрите на Кейли-Клайн на трите пропагатора ($|a_X|^2 + |b_X|^2 = 1$). При точен резонанс и реален Хамилтониан, $a_X = \cos(A_X/2)$ и $b_X = -i \sin(A_X/2)$, където A_X е временната площ на импулса. Пълният пропагатор (6.1) има вида

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} a_P a_Q \pm b_P^* b_Q b_S^* & a_Q b_P \mp a_P^* b_Q b_S^* & \pm a_S^* b_Q \\ -a_S b_P^* & a_P^* a_S & b_S \\ a_Q^* b_P^* b_S^* \mp a_P b_Q^* & -a_P^* a_Q^* b_S^* \mp b_P b_Q^* & a_Q^* a_S^* \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Да приемем сега, че в началото системата е в състояние $|1\rangle$, и целта е единият енантиомер да остане в това състояние в края на последователността, докато другият да бъде прехвърлен в състояние $|3\rangle$. В този случай е важна само първата колона на тази матрица и очевидно вторият елемент на тази колона трябва да бъде нула, т.е., $U_{21} = 0$. Това означава, че трябва да имаме $a_S = 0$ или $b_P = 0$, но последният случай, съгласно Уравнение (3), очевидно няма да може да създаде ситуация, съвместима с нашата цел за пълна хирална селективност при трансфера на заселеност. Следователно ситуацията сега е такава, че имаме $U_{11} = a_P a_Q \pm b_P^* b_Q b_S^*$, $U_{21} = 0$, и $U_{33} = \mp a_P b_Q^* + a_Q^* b_P^* b_S^*$. При *синфазни* резонансни възбуждания, матриците в Уравнения (6.2) винаги могат да бъдат приведени във форма, в която всички a_X са реални, а всички b_X са чисто имагинерни. В този случай максимално хирално разделяне не може да настъпи, тъй като членът $a_P a_Q$ в U_{11} е винаги реален, докато членовете $\pm b_P^* b_Q b_S^*$ ще бъдат имагинерни. Решението на този проблем е да се добави фазово отместване от $\pi/2$ към едно от свързващите полета, което ще направи един от параметрите b_X реален, така че и членовете $\pm b_P^* b_Q b_S^*$ да станат реални, и нашата цел за максимална хирална селективност става потенциално възможна.

Нека сега приемем, че фазата $\pi/2$ се прилага към свързването Q . Тогава едно решение, което води до максимален контраст между L и R , е $a_P = a_Q = 1/\sqrt{2}$ и $b_P = -ib_Q = -i/\sqrt{2}$, и $b_S = -i$. Това се получава, ако P -импулсът е резонансен $\pi/2$ -импулс, S -импулсът е резонансен π -импулс, а Q -импулсът е резонансен $\pi/2$ -импулс. Тогава получаваме пълните пропагатори

$$\mathbf{U}^{(L)} = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}^{(R)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & -i & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

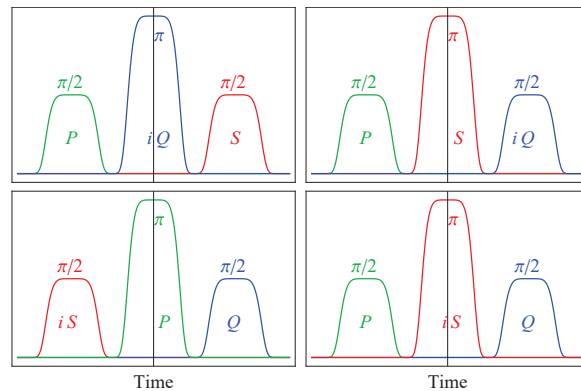
Следователно, ако системата започне в състояние $|1\rangle$, тя или ще остане в състояние $|1\rangle$ за R хиралността, или ще завърши в състояние $|3\rangle$ за L хиралността, каквато беше нашата цел.

Тази последователност от импулси, която означаваме като $P(\pi/2)S(\pi)iQ(\pi/2)$, обаче не е единственото решение на проблема за хиралното разделяне. Съществуват и други решения, при които крайните състояния на двата енантиомера се различават. Те са изброени в Таблица 6.1. Всички тези дванадесет последователности имат подобна структура: π -импулс на един преход е поставен между $\pi/2$ -импулси на другите два прехода. Четири от тези последователности са илюстрирани схематично на Фиг. 6.2, като за краткост пропускаме другите примери от Таблица 6.1.

Всички случаи, които позволяват хирално разделяне, имат общото, че първият $\pi/2$ -импулс действа или върху прехода P , или върху прехода Q . Всеки от тези преходи свързва първоначално населеното състояние 1 с друго състояние, 2 или 3. И в двата случая $\pi/2$ -импулсът създава равна кохерентна суперпозиция на състояния 1 и 2, или 1 и 3. Следващият π -импулс прехвърля тази кохерентна суперпозиция в равна кохерентна

последователност от импулси	крайно състояние (L)	крайно състояние (R)
$P(\frac{\pi}{2})iQ(\pi)S(\frac{\pi}{2})$	3	2
$P(\frac{\pi}{2})S(\pi)iQ(\frac{\pi}{2})$	3	1
$iQ(\frac{\pi}{2})P(\pi)S(\frac{\pi}{2})$	3	2
$iQ(\frac{\pi}{2})S(\pi)P(\frac{\pi}{2})$	1	2
$P(\frac{\pi}{2})Q(\pi)iS(\frac{\pi}{2})$	2	3
$P(\frac{\pi}{2})iS(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$	1	3
$Q(\frac{\pi}{2})P(\pi)iS(\frac{\pi}{2})$	2	3
$Q(\frac{\pi}{2})iS(\pi)P(\frac{\pi}{2})$	2	1
$iP(\frac{\pi}{2})Q(\pi)S(\frac{\pi}{2})$	2	3
$iP(\frac{\pi}{2})S(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$	1	3
$Q(\frac{\pi}{2})iP(\pi)S(\frac{\pi}{2})$	2	3
$Q(\frac{\pi}{2})S(\pi)iP(\frac{\pi}{2})$	2	1

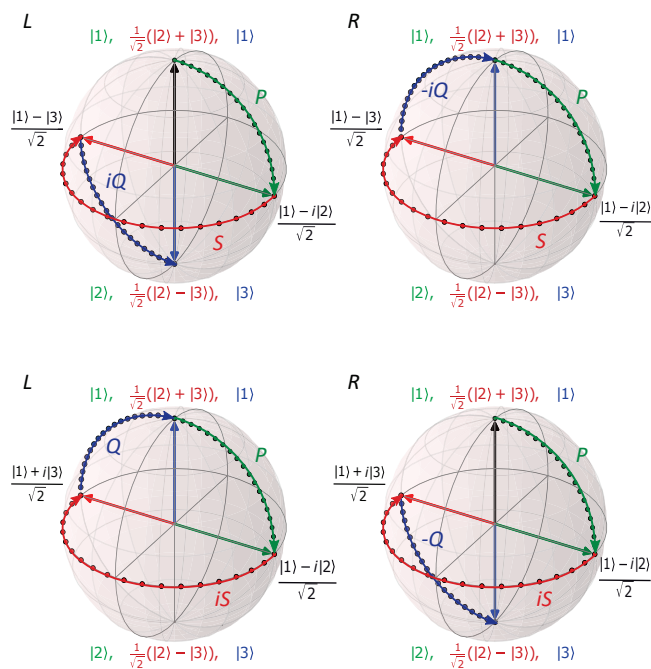
Таблица 6.1: Последователности от импулси и населено крайно състояние за L - и R -хиралните енантиомери, когато системата започва в състояние 1 и се управлява от три последователни импулса. Числата в скобите съответстват на площта на импулса на съответните P , S или Q преходи, включително специфична фаза, ако е приложимо.



Фигура 6.2: Примери за последователности от три резонансни импулса, които водят до зависимост от хиралността трансфер на заселеност. Предполага се, че системата първоначално е в състояние 1. Средният импулс има площ π , а другите два импулса имат площи $\pi/2$ във всички случаи.

суперпозиция на друг преход. Например, кохерентната суперпозиция на състояния 1 и 2, създадена от $\pi/2$ -импулса на прехода $P \ 1 \leftrightarrow 2$ (горен ляв панел на Фиг. 6.2), се прехвърля от π -импулса на прехода Q в кохерентна суперпозиция на състояния 2 и 3. Тази суперпозиция има относителна фазова разлика от π за L и R молекулите поради различния знак на Q свързването. Следователно, последният $\pi/2$ -импулс на прехода S бие с тази кохерентна суперпозиция и или прехвърля заселеността в състояние 3 (за L), или 2 (за R): настъпва хирално разделяне. Подобни интерферометрични процеси, водещи до успешно хирално разделяне, се случват и в другите единадесет случая, в които първият $\pi/2$ -импулс действа или върху прехода P , или върху прехода Q .

Като друг пример, на Фиг. 6.3 (горни сфери) илюстрираме еволюцията на нашата система за последователността $P(\pi/2)S(\pi)iQ(\pi/2)$ (горен десен панел на Фиг. 6.2) върху сфера на Блох. Започвайки от състояние $|1\rangle$ (северен полюс), $\pi/2$ P импулсът прехвърля системата в състояние $(|1\rangle - i|2\rangle)/\sqrt{2}$ (зелен вектор). След това π S импулсът създава друга равна суперпозиция, между състоянията $|1\rangle$ и $|3\rangle$ (червен вектор). Накрая, $\pi/2$ iQ импулсът насочва L или R енантиомерите съответно към южния или северния полюс на сферата на Блох. Долните сфери на фигурата илюстрират еволюцията за последователността $P(\pi/2)iS(\pi)Q(\pi/2)$ (долен десен панел на Фиг. 6.2). Отбелязваме тук, че тъй като работим със система от три състояния, всяка от тях не трябва да се разглежда като обикновена сфера на Блох, а по-скоро като псевдосфера на Блох, представляваща всяка от трите операции, като северният и южният полюс са трите различни двойки състояния: $|1\rangle$ и $|2\rangle$, $(|2\rangle + |3\rangle)/\sqrt{2}$ и $(|2\rangle - |3\rangle)/\sqrt{2}$, и $|1\rangle$ и $|3\rangle$ съответно за преходите P , S и Q . Те са показани като етикети със зелен, червен и син цвят на полюсите на сферите на Фиг. 6.3



Фигура 6.3: Еволюция на нашата система, схематично илюстрирана върху псевдосфера на Блох (Вижте текста за дефиниция и интерпретация), за последователността $P(\pi/2)S(\pi)iQ(\pi/2)$ (горни сфери) и за последователността $P(\pi/2)iS(\pi)Q(\pi/2)$ (долни сфери).

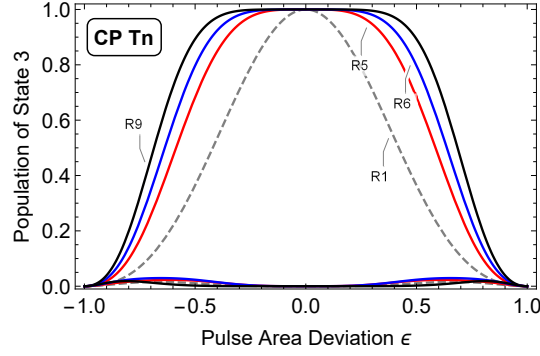
Досега се фокусирахме основно върху случая, в който фазовото отместване на едно от полетата е свързано със свързването Q . Както е видно от Таблица 6.1, можем да го присвоим на всяко от другите две свързвания, вместо на Q . Да приемем, че фазовото отместване $\pi/2$ се прилага към S . Подобни аргументи, както за iQ , показват, че в случая на iS получаваме хирално разделяне в същите четири случая, но с обрнати заселености. Същите крайни състояния като за iS ще се получат, ако фазовото отместване $\pi/2$ бъде присвоено на свързването P .

Наличието на различни последователности на импулсите, които водят до хирално разделяне в различни състояния, позволява да се избере най-подходящата схема за конкретни молекулни структури и схеми за последващия процес на разделяне, зависим от състоянието (напр. чрез REMPI). Например, π -импулсът може да бъде приложен към прехода с най-голям диполен момент. Тогава $\pi/2$ -импулсите могат да бъдат приложени към по-слабите преходи, което улеснява реализацията.

6.1.2 Устойчиво хирално разделяне чрез композитни импулси

Компенсация на грешки в площта на импулса

Въпреки предимствата на своята простота, в практическа ситуация описаният подход може да страда от ниска точност поради зависимостта от резонансни импулси с прецизна временна площ. Сега ще покажем как може да се подобри точността и устойчивостта на този метод чрез замяна на единичните импулси с последователности от композитни импулси (КИ): по-конкретно, заменяме трите единични импулса с композитен $\pi/2$ -импулс, последван от композитен π -импулс, последван от композитен $\pi/2$ -импулс. За да постигнем това, ще използваме няколко от техниките с композитни импулси, разработени в Глава 2. В тази последователност от три устойчиви КИ се очаква, че фазата на всеки КИ също трябва да играе роля. За да видим как глобалните фази на КИ влияят на крайното състояние, нека предположим, че трите композитни пропагатора в



Фигура 6.4: заселеност P_3 спрямо отклонението на площта на импулса за последователността от три единични резонансни импулса $P(\frac{\pi}{2})iS(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$ (прекъснатата линия) и за последователност от три КИ с компенсация на площта на импулса (6.12). Етикетите Rn обозначават кривите за R за съответната последователност Tn . Кривите за L лежат близо до нулата и са почти неразличими.

произведението, представено в Уравнение (6.1), имат следната форма,

$$\mathbf{U}_P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_P} & \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\beta_P} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\beta_P} & \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\alpha_P} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.5a)$$

$$\mathbf{U}_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\beta_S} \\ 0 & -e^{-i\beta_S} & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.5b)$$

$$\mathbf{U}_Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha_Q} & 0 & \pm \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\beta_Q} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\beta_Q} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\alpha_Q} \end{bmatrix}, \quad (6.5v)$$

където знакът \pm отново означава L или R хиралност, а фазите α_X и β_X трябва да бъдат избрани подходящо. Започвайки от начално състояние $|i\rangle = [1, 0, 0]^T$, лесно може да се покаже, че последователността от тези три пропагатора ще доведе до крайното състояние

$$|f\rangle = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} e^{i(\alpha_P + \alpha_Q)} \pm \frac{1}{2} e^{i(\beta_Q - \beta_P - \beta_S)} \\ 0 \\ \mp \frac{1}{2} e^{i(\alpha_P - \beta_Q)} + \frac{1}{2} e^{-i(\alpha_Q + \beta_P + \beta_S)} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

От този израз лесно се вижда какво условие трябва да бъде изпълнено за фазите на пропагатора, а именно

$$\alpha_P + \alpha_Q + \beta_P + \beta_S = \beta_Q, \quad (6.7)$$

или

$$\alpha_P + \alpha_Q + \beta_P + \beta_S = \beta_Q + \pi. \quad (6.8)$$

В случая на КИ, компенсиращи площта на импулса, е лесно да се удовлетвори условието (6.7), като се зададе

$$\alpha_P = -\alpha_Q, \quad \beta_P = \beta_Q, \quad \beta_S = 0. \quad (6.9)$$

Първите две условия се постигат лесно чрез обръщане на реда на съставните импулси в P и Q КИ. Освен това, грешка в площта на импулса не би нарушила това условие за симетрия и следователно не е необходима стабилизация на фазата в тези два КИ. Третото условие е тривиално. Въпреки това, задаването на фазата на недиагоналния елемент на пропагатора на нула не е достатъчно, тъй като грешка в площта на импулса ще доведе до отклонение във фазата. Затова трябва да използваме КИ със стабилизация на фазата. В обобщение, трябва да използваме два полу- π КИ с обрнат ред на съставните импулси, без стабилизация на фазата (известни като *променливи ротации*), и един π -импулс в средата със стабилизация на фазата (известен като *постоянна ротация*). Възможността за използване на променливи ротации е много желателна, защото те могат да бъдат реализирани с по-къси композитни последователности.

Възможни избори за композитни $\pi/2$ -импулси са [92]

$$C_X^{(1)}(\frac{1}{2}\pi) = A_0 A_{\frac{1}{2}\pi}, \quad (6.10a)$$

$$C_X^{(2)}(\frac{1}{2}\pi) = A_0 B_{\frac{2}{3}\pi}, \quad (6.10б)$$

$$C_X^{(3)}(\frac{1}{2}\pi) = A_0 B_{\frac{3}{4}\pi} A_\pi, \quad (6.10в)$$

$$C_X^{(4)}(\frac{1}{2}\pi) = A_0 A_{\frac{1}{2}\pi} A_0 A_{\frac{3}{2}\pi}, \quad (6.10г)$$

където $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ е номинален полу- π -импулс, $B = \pi(1 + \epsilon)$ е номинален π -импулс, а индексите отдясно обозначават относителните фази на приложените полета, докато $X = P, S, Q$ обозначава прехода, към който се прилага композитният импулс. Въвели сме безразмерния параметър ϵ , който се използва в тази работа като мярка за отклонението от перфектната стойност на съответната Раби честота (площ на импулса).

Възможни избори за фазово-стабилизиращи композитни π -импулси са [36]

$$C_X^{(1)}(\pi) = B_{\frac{1}{3}\pi} B_{\frac{5}{3}\pi} B_{\frac{1}{3}\pi}, \quad (6.11a)$$

$$C_X^{(2)}(\pi) = B_\chi B_{3\chi} B_{3\chi} B_\chi B_0, \quad (6.11б)$$

$$(6.11в)$$

където $\chi = \arccos(-1/4)$.

Фигура 6.4 показва заселеността на състояние 3 за лява и дясна хиралност за единични импулси, $P(\frac{\pi}{2})iS(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$, и за няколко набора от композитни импулси,

$$T5 = C_P^{(1)}(\frac{1}{2}\pi) C_{iS}^{(1)}(\pi) \overline{C}_Q^{(1)}(\frac{1}{2}\pi), \quad (6.12a)$$

$$T6 = C_P^{(2)}(\frac{1}{2}\pi) C_{iS}^{(1)}(\pi) \overline{C}_Q^{(2)}(\frac{1}{2}\pi), \quad (6.12б)$$

$$T7 = C_P^{(3)}(\frac{1}{2}\pi) C_{iS}^{(1)}(\pi) \overline{C}_Q^{(3)}(\frac{1}{2}\pi), \quad (6.12в)$$

$$T9 = C_P^{(3)}(\frac{1}{2}\pi) C_{iS}^{(2)}(\pi) \overline{C}_Q^{(3)}(\frac{1}{2}\pi), \quad (6.12г)$$

където с $\overline{C}_X^{(k)}(\frac{1}{2}\pi)$ обозначаваме същата последователност като $C_X^{(k)}(\frac{1}{2}\pi)$ но приложена в обратен ред. Например, $\overline{C}_X^{(3)}(\frac{1}{2}\pi) = A_\pi B_{\frac{3}{4}\pi} A_0$. T5 е последователност от 7 единични импулса с обща площ на импулса от 5π . T6 е последователност от 7 единични импулса с обща площ на импулса от 6π . T7 е последователност от 9 единични импулса с обща площ на импулса от 7π . T9 е последователност от 11 единични импулса с обща площ на импулса от 9π . Нотацията Tn обозначава общата площ на импулса $n\pi$ на всяка последователност, което е мярка за общата продължителност на взаимодействието. На Фиг. 6.4 сравняваме профилите на възбуждане за последователността $P(\frac{\pi}{2})iS(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$ със съответните КИ аналози от Уравнение (6.12). Както се вижда от фигурата, получаваме много по-устойчиво възбуждане, и следователно разграничение между L и R хиралност, използвайки КИ, в сравнение със случая на единични импулси.

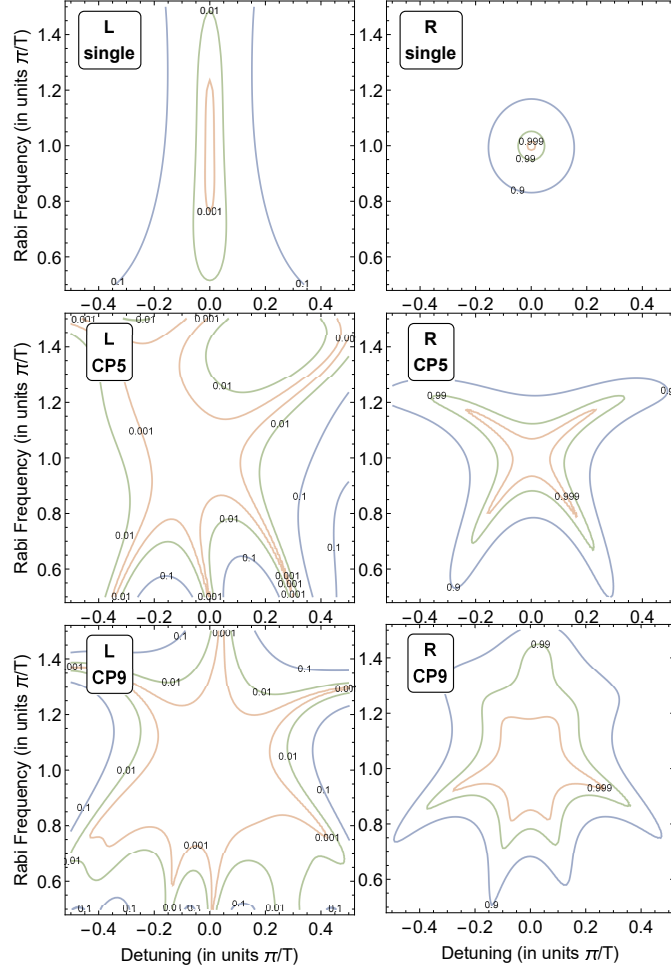
Компенсация на грешки в площта на импулса и детюннга

В реална ситуация енергиите на състояния 1, 2 и 3 може да се различават за различните молекули в ансамбъла поради различни източници на нехомогенно уширяване, дължащо се на пространствено нехомогенни разпределения на магнитното поле и непостоянни АС Щарк отмествания (светлинни отмествания) поради вариации в интензитета на приложените полета. Това би довело до грешки в детюннга, които трябва да бъдат компенсирани едновременно с грешката в площта на импулса.

Най-прекият начин за справяне с проблема с грешките както в площта на импулса, така и в детюннга, може да бъде използването на метод, подобен на описания в предишния подраздел. Въпреки това, наличието на детюннг в CP_P и CP_Q би нарушило условието за симетрия (6.9), ако фазите не са стабилизиращи. Следователно, трябва да използваме два $\pi/2$ -КИ и един π -КИ между тях, всички с двойна компенсация и стабилни фази в композитните пропагатори.

Доколкото ни е известно, такива импулси не са налични в литературата. Затова сме извели числено няколко КИ с такива свойства. Последователностите от пет импулса, които действат като компенсирани за грешки $\pi/2$ -импулс, имат формата [108]

$$D_X(\frac{1}{2}\pi) = A'_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_2} A'_{\phi_1}, \quad (6.13)$$



Фигура 6.5: заселеност P_3 спрямо Раби честотата и детюинга за последователност от един импулс (горе) и за последователност от три КИ с двойна компенсация от вида $D_P(\frac{1}{2}\pi)D_{iS}(\pi)D_Q(\frac{1}{2}\pi)$. Профилите CP5 (в средата) са генерирани от композитните последователности от Уравнения (6.146) и (6.156), а профилите CP9 (долу) са генерирани от последователностите от Уравнения (6.16) и (6.17). Всички импулси имат правоъгълна форма.

където $A' = 0.4556\pi(1 + \epsilon)$ и две опции за фазите,

$$\phi_1 = 0.5448\pi, \phi_2 = 0.3476\pi, \phi_3 = 0.9035\pi, \quad (6.14a)$$

$$\phi_1 = 0.5448\pi, \phi_2 = 1.2358\pi, \phi_3 = 0.6799\pi. \quad (6.146)$$

Тези КИ компенсират грешки от първи ред в общия пропагатор: $O(\epsilon)$ в площта на импулса ϵ и $O(\delta)$ в детюинга δ .

Две последователности от пет импулса, които действат като компенсирани за грешки π -импулс, имат формата [108]

$$D_X^{(1)}(\pi) = B_{\frac{5}{6}\pi} B_{\frac{2}{3}\pi} B_{\frac{7}{6}\pi} B_{\frac{2}{3}\pi} B_{\frac{5}{6}\pi}, \quad (6.15a)$$

$$D_X^{(2)}(\pi) = B_{\frac{5}{6}\pi} B_{\frac{5}{3}\pi} B_{\frac{7}{6}\pi} B_{\frac{5}{3}\pi} B_{\frac{5}{6}\pi}. \quad (6.156)$$

Те компенсират едновременни грешки в площта на импулса и детюинга до първи ред, $O(\epsilon)$ и $O(\delta)$.

Могат да се използват по-дълги последователности, за да се постигне още по-добра устойчивост на профила на възбуждане спрямо грешки в Раби честотата и детюинга. Например, извели сме следната 9-импулсна последователност, която действа като компенсиращ грешки $\pi/2$ импулс [108],

$$D_X(\frac{1}{2}\pi) = (A_1)_{\phi_1} (A_2)_{\phi_2} \cdots (A_5)_{\phi_5} \cdots (A_2)_{\phi_2} (A_1)_{\phi_1} \quad (6.16a)$$

където номиналните площи на импулсите [пропускателен член $(1 + \epsilon)$ за краткост] и фазите са

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.6771\pi, A_2 = 0.8579\pi, A_3 = 0.6623\pi, \\ A_4 &= 0.5174\pi, A_5 = 0.8812\pi, \end{aligned} \quad (6.16б)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 1.7517\pi, \phi_2 = 0.9043\pi, \phi_3 = 0.8820\pi, \\ \phi_4 &= 0.9809\pi, \phi_5 = 1.6481\pi. \end{aligned} \quad (6.16в)$$

По подобен начин, следната 9-импулсна последователност [108],

$$D_X(\pi) = B_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_4} B_{\phi_5} B_{\phi_4} B_{\phi_3} B_{\phi_2} B_{\phi_1}, \quad (6.17а)$$

където

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \pi/3, \phi_2 = 0.7379\pi, \phi_3 = 1.8092\pi, \\ \phi_4 &= 1.7379\pi, \phi_5 = 2\pi/3, \end{aligned} \quad (6.17б)$$

действа като компенсиращ грешки π импулс. Девет-импулсните композитни последователности компенсират едновременни грешки в площта на импулса и детюнинга до втори ред, $O(\epsilon^2)$, $O(\delta^2)$ и $O(\epsilon\delta)$.

Всички изведени последователности водят до устойчиви профили на преход спрямо Раби честотата и детюнинга и следователно осигуряват устойчиво разделяне на хиралните молекули в ансамбъла. Това може да се види от Фиг. 6.5, където сравняваме заселеността на състояние $|3\rangle$ за последователността $P(\frac{\pi}{2})iS(\pi)Q(\frac{\pi}{2})$ със съответните КИ аналози за изведените пет-импулсни (средни панели) и девет-импулсни последователности (долни панели). Както се вижда от фигурата, композитните импулси могат да осигурят по-добро разделяне на хирални молекули в присъствието на грешки както в площта на импулса, така и в детюнинга. Още пет-импулсните последователности, компенсиращи грешки от първи ред, осигуряват значително подобрение спрямо случая с единичен импулс. Допълнително подобрение се постига от девет-импулсните последователности, компенсиращи грешки от втори ред.

6.2 Хирално разделяне чрез композитни Раманови импулси

В тази секция представяме два метода за ефективно откриване на хирални молекули, базирани на последователности от единични импулси и двойки Раманови импулси. Хиралните молекули са моделирани чрез три-състоянийна система в затворен контур с различни знаци на едно от свързванията за двата енантиомера. Единият метод използва последователност от три стъпки на взаимодействие: единичен импулс, Раманов импулс и още един единичен импулс. Другият метод използва последователност от само две стъпки на взаимодействие: Раманов импулс и единичен импулс. Вторият метод е по-прост и по-бърз, но изисква по-сложен Раманов импулс от първия. И двете техники позволяват директни обобщения чрез замяна на единичните и Рамановите импулси с последователности от композитни импулси. Последните постигат много висок контраст на сигнала и далеч по-голяма устойчивост на експериментални грешки, отколкото при използването на единични импулси. Демонстрираме, че могат да се използват както композитни импулси с постоянна ротация (т.е. с фазова компенсация), така и с променлива ротация (т.е. с фазово изкривяване), като първите са по-точни, а вторите - по-прости и по-бързи.

6.2.1 Описание на метода

Сега описваме нашия метод за създаване на зависим от хиралността трансфер на заселеност, базиран на два типа последователности, като и двата използват комбинация от единични и Раманови импулси. Моделираме хиралните молекули като система от делта-тип, което е илюстрирано със схемата на енергийните нива на Фиг. 6.1. Приемаме, че двата енантиомера се различават само по знака на свързването $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Първият тип последователности се състои от единичен импулс, последван от Раманова двойка импулси, последвана от друг единичен импулс. Такава последователност е използвана и преди, напр. в Реф. [109]. В тази работа разглеждаме и други подобни последователности и, което е по-важно, предлагаме оптимизация чрез използване на композитни импулси. Вторият тип използва последователност от само една Раманова двойка импулси и един единичен импулс. Тук изучаваме тези последователности в детайли, а след това изследваме как може да се оптимизират чрез използване на композитни импулси. Във всички наши изводи ще приемем, че системата първоначално е в състояние $|1\rangle$.

последователност от импулси	крайно състояние (L)	крайно състояние (R)
$Q(\frac{\pi}{2}) \left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right] Q(\frac{\pi}{2})$	2	3
$Q(\frac{\pi}{2}) \left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right] - Q(\frac{\pi}{2})$	2	1
$-Q(\frac{\pi}{2}) \left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right] Q(\frac{\pi}{2})$	1	2
$-Q(\frac{\pi}{2}) \left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right] - Q(\frac{\pi}{2})$	3	2
$[P(\xi_1\pi), iS(\xi_2\pi)] Q(\frac{\pi}{2})$	3	1
$[P(\xi_2\pi), iS(\xi_1\pi)] Q(\frac{\pi}{2})$	1	3

Таблица 6.2: Последователности от импулси и съответните вероятности за преход за L и R енантиомерите. Числата в кръглите скоби съответстват на площта на импулса на съответните P , S или Q преходи, включително специфична фаза, ако е приложимо, с $\xi_1 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ и $\xi_2 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$. Квадратните скоби указват едновременни (Раманови) импулси.

Последователност единичен-Раманов-единичен

Последователността единичен-Раманов-единичен се състои от три последователни отделени взаимодействия. Първата стъпка е да се приложи единичен $\pi/2$ импулс на Q прехода. Тази $\pi/2$ ротация съответства на следния пропагатор,

$$\mathbf{U}_Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \mp \frac{i}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (6.18)$$

където знакът \mp съответства на L и R хиралните молекули. Това прехвърля системата, първоначално в състояние $|1\rangle$, в състояния $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle \mp i|3\rangle)$. Във втората стъпка прилагаме Раманово взаимодействие, което се състои от два едновременни P и S импулса, всеки с площ равна на $\pi/\sqrt{2}$, като S импулсът има фаза $\pi/2$ спрямо P импулса. Пропагаторът за тази стъпка е

$$\mathbf{U}_{[P,iS]} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{2} \\ \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{i}{2} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (6.19)$$

което прехвърля системата в състояния $-i|2\rangle$ и $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + i|3\rangle)$ съответно за L и R хиралностите. Накрая, третата стъпка е идентична на първата. Както се вижда от Ур. (6.18), системата с лява хиралност остава в състояние $-i|2\rangle$, докато тази с дясна хиралност се прехвърля в състояние $i|3\rangle$. Общият пропагатор на тази последователност е $\mathbf{U} = \mathbf{U}_Q \mathbf{U}_{[P,iS]} \mathbf{U}_Q$, който след няколко тривиални изчисления става

$$\mathbf{U}^{(L)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}^{(R)} = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Следователно, хирално разделяне се постига чрез използването на тази тристепенна процедура. Можем да запишем тази последователност като

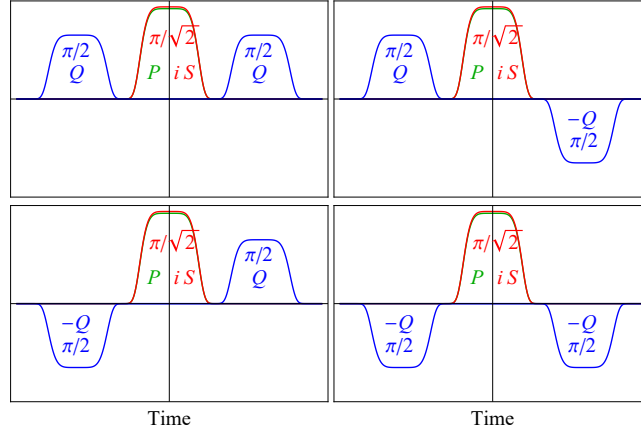
$$Q(\frac{\pi}{2}) \left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right] Q(\frac{\pi}{2}), \quad (6.21)$$

където импулсите в квадратните скоби съставляват Рамановото взаимодействие. Други подобни последователности с различни знаци на Q импулсите, водещи до хирално разделяне, са изброени в Таблица 6.2 (горе) и илюстрирани на Фиг. 6.6. В следващия подраздел описваме още по-проста процедура, състояща се само от две стъпки, за постигане на нашата цел за зависим от хиралността трансфер на заселеност.

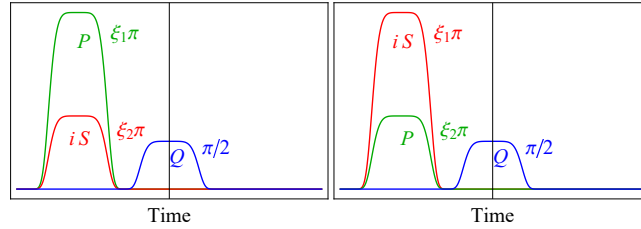
Отбелязваме, че избрахме фазовото отместване от $\pi/2$ да бъде прикрепено към полето S . Въпреки това, хирално разделяне може да се постигне, ако то е прикрепено към едно от другите две полета, P или Q .

Последователност Раманов-единичен

Последователността Раманов-единичен се състои от следните две стъпки. Първо, прилагаме Раманов импулс, състоящ се от два едновременни резонансни импулса на преходите P и S , като P импулсът има площ



Фигура 6.6: Примери за последователности от два $\pi/2$ импулса с Раманов импулс между тях, водещи до зависим от хиралността трансфер на заселеност. Числата $\pi/2$ и $\pi/\sqrt{2}$ указват временната площ на съответния импулс.



Фигура 6.7: Примери за последователности от Раманов импулс и $\pi/2$ резонансен импулс след него, водещи до зависим от хиралността трансфер на заселеност. Q импулсът има временна площ от $\pi/2$. Вляво, P импулсът има площ $\xi_1\pi$, докато S импулсът има площ $\xi_2\pi$ и относителна фаза $\pi/2$, с $\xi_1 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ и $\xi_2 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$. Вдясно, P импулсът има площ $\xi_2\pi$, докато S импулсът има площ $\xi_1\pi$, отново с относителна фаза $\pi/2$.

$\xi_1\pi$, докато S импулсът има площ $\xi_2\pi$ и относителна фаза $\pi/2$. Тук $\xi_1 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ и $\xi_2 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$. Пропагаторът за тази стъпка е

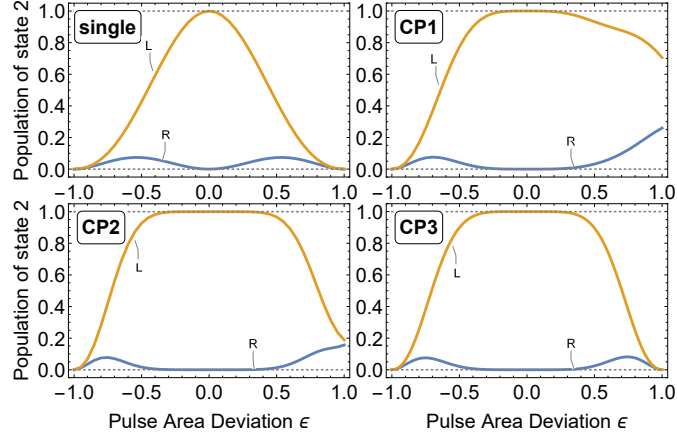
$$\mathbf{U}_{[P,iS]} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-i}{\sqrt{2}} \\ 0 & -1 & 0 \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

и следователно системата, която първоначално е била в състояние $|1\rangle$, сега се прехвърля в състояние $\frac{-1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - i|3\rangle)$. По време на втората стъпка прилагаме единичен $\pi/2$ -импулс на Q прехода. Пропагаторът за тази стъпка е даден с Ур. (6.18), който, както лесно може да се изчисли, прехвърля системата в $i|3\rangle$ за L хиралността и $-|1\rangle$ за R хиралността. В явен вид, крайните пропагатори са

$$\mathbf{U}^{(L)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & -1 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}^{(R)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

Следователно, можем да постигнем хирално разделяне на двата енантиомера чрез последователност от само един Раманов импулс и един единичен импулс. Може да се използва и подобна последователност, при която площите на импулсите на P и S са разменени. Те са илюстрирани схематично на Фиг. 6.7, а резултантният трансфер на заселеност е показан в Таблица 6.2 (долу).

В следващия раздел описваме как можем да използваме композитни импулси, за да подобрим описаните процедури и да постигнем много висока ефективност и устойчивост на експериментални грешки.



Фигура 6.8: заселеност P_2 спрямо отклонението на площта на импулса за последователността единичен-Раманов-единичен (горен ляв панел) и когато се използват постоянните $\pi/2$ ротации от Ур. (6.27) за замяна на единичните и Рамановите импулси. В панели CP1, CP2 и CP3 сме използвали съответно КИ (6.24), (6.25) и (6.26).

6.2.2 Оптимизация чрез композитни импулси

Композитни последователности единичен-Раманов-единичен

Сега ще покажем как нашият подход може да стане устойчив на грешки чрез замяна на единичните и Рамановите импулси с композитни последователности. Първо, изучаваме метода единичен-Раманов-единичен. По-конкретно, разглеждаме последователността (6.21), състояща се от два единични Q импулса и един Раманов $[P, iS]$ импулс между тях.

Обикновено има два типа КИ. Първият тип са така наречените *променливи ротации*, за които модулите на елементите на пропагатора (т.е. квадратните корени на вероятностите) са устойчиви на грешки в експерименталните параметри, но фазите на пропагатора не са. Във втория тип КИ, които се наричат *постоянни ротации*, както модулите, така и фазите на елементите на пропагатора са устойчиви на грешки. Ясно е, че трябва да използваме втория тип за нашия метод, за да получим устойчиви профили на възбуждане с висока точност, защото прецизните фазови съотношения са от съществено значение за неговото действие.

Най-краткият КИ, който предлага постоянна $\pi/2$ ротация и може да замени импулса $Q(\frac{\pi}{2})$, е

$$A'_{\phi_1} B_{\phi_2} A'_{\phi_1}, \quad (6.24)$$

където $A' = 0.6399\pi(1 + \epsilon)$, $B = \pi(1 + \epsilon)$ е номинален π -импулс, а фазите на импулсите са $\phi_1 = 1.6558\pi$, $\phi_2 = 0.4413\pi$. Този КИ компенсира грешки в площта на импулса до порядък $O(\epsilon)$ и има обща номинална площ на импулса от около 2.28π . Тук сме въвели безразмерния параметър ϵ , който се използва в тази работа като мярка за отклонението от перфектната стойност на съответната площ на импулса.

Друг симетричен КИ с постоянна ротация $\pi/2$ е

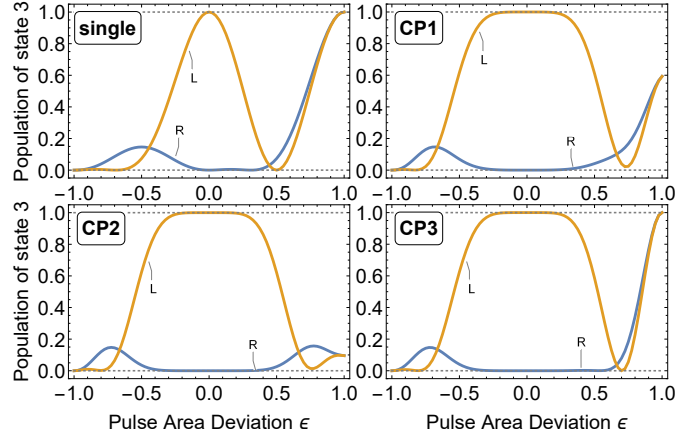
$$A''_{\phi_1} B_{\phi_2} B_{\phi_3} B_{\phi_2} A''_{\phi_1}, \quad (6.25)$$

където $A'' = 0.45\pi(1 + \epsilon)$, $\phi_1 = 1.4494\pi$, $\phi_2 = 0.0106\pi$, $\phi_3 = 0.8179\pi$. Той има по-голяма обща номинална площ от 3.9π , но осигурява компенсация на грешки от втори порядък $O(\epsilon^2)$. Третият пример е известната асиметрична BB1 последователност на Уимперис [36],

$$A_0 B_\chi B_{3\chi} B_{3\chi} B_\chi, \quad (6.26)$$

където $A = \pi(1 + \epsilon)/2$ е номинален $\pi/2$ -импулс, а $\chi = \arccos(-1/8) \approx 0.5399\pi$. Тя има обща площ от 4.5π и предлага компенсация на грешки от втори порядък $O(\epsilon^2)$.

P и S импулсите в Рамановото взаимодействие също трябва да бъдат заменени с композитна последователност, което е по-трудна задача, тъй като КИ са разработени предимно за дву-състоящия системи. Въпреки това, КИ в много-състоящия системи са изучавани в литературата и тук ще използваме резултатите, получени в [83, 110]. А именно, чрез използване на разлагането на Майорана [13] преобразуваме



Фигура 6.9: заселеност P_3 спрямо отклонението на площта на импулса за последователността Раманов-единичен (горен ляв панел) и когато се използват композитни последователности за замяна на единичния импулс и Рамановия импулс. Рамановият импулс е заменен с КИ от Ур. (6.29a), както е показано в Ур. (6.30), докато единичният $Q(\pi/2)$ импулс е заменен с КИ (6.24), (6.25) и (6.26) (съответно панели CP1, CP2 и CP3).

първоначалната три-състоянийна конфигурация в много по-проста дву-състоянийна система. Чрез прилагането на този подход е лесно да се заменят единичните импулси с КИ и да се използва стандартната теория за дву-състоянийни КИ [83, 110]. Можем отново да използваме една от постоянните $\pi/2$ ротации (6.24), (6.25) или (6.26), за да произведем композитен Раманов $\pi/\sqrt{2}$ импулс, като P и S импулсите в Рамановото взаимодействие $\left[P(\frac{\pi}{\sqrt{2}}), iS(\frac{\pi}{\sqrt{2}}) \right]$ трябва да бъдат заменени с една от следните последователности,

$$\xi\pi/2 \rightarrow (\xi A')_{\phi_1} (\xi\pi)_{\phi_2} (\xi A')_{\phi_1}, \quad (6.27a)$$

$$\xi\pi/2 \rightarrow (\xi A'')_{\phi_1} (\xi\pi)_{\phi_2} (\xi\pi)_{\phi_3} (\xi\pi)_{\phi_2} (\xi A'')_{\phi_1}, \quad (6.27b)$$

$$\xi\pi/2 \rightarrow (\xi\pi/2)_0 (\xi\pi)_{\chi} (\xi\pi)_{3\chi} (\xi\pi)_{3\chi} (\xi\pi)_{\chi}, \quad (6.27c)$$

с $\xi = \sqrt{2}$, съответстващи на КИ последователностите (6.24), (6.25) и (6.26).

Ефективността на метода е илюстрирана на Фиг. 6.8, където е показана заселеността на състояние $|2\rangle$ като функция на грешката в площта на импулса. Реализацията с единични импулси (горе вляво) постига хирално разделяне в тесен диапазон около нулева грешка ($\epsilon = 0$). Използването на композитни импулси значително разширява този диапазон, дори и най-краткият КИ (горе вдясно) от Ур. (6.24). По-дългите пет-импулсни последователности от Ур. (6.25) и (6.26) допълнително разширяват диапазона на висок контраст. По този начин получаваме високо-контрастно хирално разделяне на L и R молекулите, което е много устойчиво на експериментални несъвършенства в площта на импулса, които могат да произтичат от флуктуации на интензитета или неправилна продължителност на импулса.

Композитни последователности Раманов-единичен

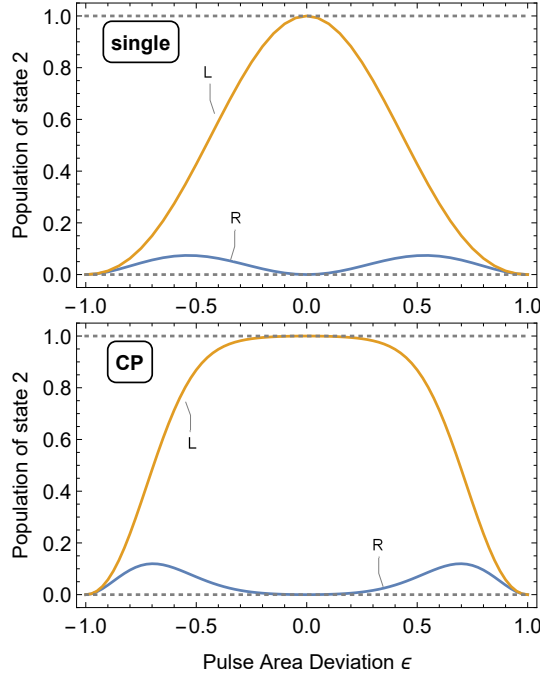
Сега разглеждаме метода Раманов-единичен и, по-конкретно, изучаваме последователността

$$[P(\xi_1\pi), iS(\xi_2\pi)] Q(\frac{\pi}{2}). \quad (6.28)$$

За да се заменят Рамановите импулси с композитни последователности, в случая, когато P и S импулсите имат различни площи, може да се използва трансформацията на Морис-Шор [79, 80, 81]. В реф. [110] е показано, че Раманово взаимодействие с площи на импулсите $A_p = \xi_1\pi$ и $A_s = \xi_2\pi$ се превръща в 2π импулс в MS базиса. Освен това, общо фазово отместване в Раби честотите на помпация и Стоксовия импулс в оригиналния базис се преобразува в същото фазово отместване в Ω в MS базиса [83, 110]. Следователно, можем да използваме фазите за композитен 2π импулс (с постоянна ротация), за да създадем устойчиво Раманово свързване. Например, два такива КИ са [82]

$$B_0 B_{2\pi/3} C_0 B_{2\pi/3} B_0, \quad (6.29a)$$

$$B_0 B_{2\pi/5} B_{6\pi/5} B_{2\pi/5} C_0 B_{2\pi/5} B_{6\pi/5} B_{2\pi/5} B_0, \quad (6.29b)$$



Фигура 6.10: заселеност P_2 спрямо отклонението на площта на импулса за последователността единичен-Раманов-единичен (горен панел) и когато се използват КИ с променлива ротация (6.31) за замяна на единичните импулси (долен панел).

където $C = 2\pi(1+\epsilon)$ е номинален 2π импулс. Следователно, заменяме полетата P и S от Рамановото свързване в последователността (6.28) с КИ, имащи фази, взети от Ур. (6.29a). В явен вид имаме

$$\begin{aligned} \xi_{1,2\pi} \rightarrow (\xi_{1,2\pi/2})_0 (\xi_{1,2\pi/2})_{2\pi/3} (\xi_{1,2\pi})_0 \\ (\xi_{1,2\pi/2})_{2\pi/3} (\xi_{1,2\pi/2})_0. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Накрая, $\pi/2$ Q импулсът се заменя с една от постоянните $\pi/2$ ротации от Ур. (6.24), (6.25) или (6.26), както направихме в случая единичен-Раманов-единичен.

Профилите на възбуждане за КИ реализацията на сценария Раманов-единичен са сравнени със случая на единични импулси на Фиг. 6.9. Както при подхода единичен-Раманов-единичен на Фиг. 6.8, реализацията с единични импулси отново е чувствителна към грешки в площта на импулса и работи добре само при нулеви грешки, $\epsilon = 0$ (горе вляво). Устойчивостта на метода е значително подобрена чрез използване на композитни импулси. Дори най-краткият три-импулсен КИ от Ур. (6.24) осигурява значително подобрение на контраста и обхвата на грешките, а пет-импулсните КИ от Ур. (6.25) и (6.26) предлагат допълнително подобрение.

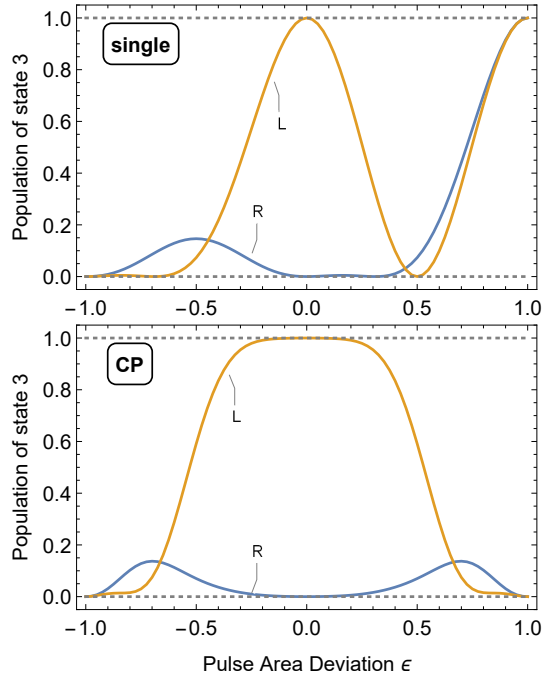
6.2.3 Реализация с композитни последователности с променлива ротация

Досега показахме как да заменим единичните и Рамановите импулси с композитни ротации с постоянна фаза, за да постигнем хирално разделяне с висока точност и устойчивост. Въпреки това, ако не се стремим към свръхвисока точност, се оказва, че можем да използваме и КИ с променлива ротация. Композитните променливи ротации са по-къси и следователно по-бързи от постоянните ротации, което е важно, ако има декохерентност по времеви скали на процеса.

Например, в последователността (6.21) можем да заменим съставните импулси с КИ с променлива ротация $\pi/2$ [92]

$$(A)_{-\pi/2}(B)_{\pi/4}(A)_{\pi/2}, \quad (6.31)$$

вместо да използваме КИ с постоянна ротация. Като се използва симетрията на съответните пропагатори, може да се покаже, че този КИ също може да доведе до устойчиво хирално разделяне, въпреки факта, че е от типа с променлива ротация. За да демонстрираме това, можем да апроксимираме пропагатора за $\pi/2$ Q



Фигура 6.11: заселеност P_3 спрямо отклонението на площта на импулса за последователността Раманов-единичен (горен панел) и когато КИ с променлива ротация (6.31) се използва за замяна на единичния Q импулс, а КИ (6.29а) се използва за замяна на P и S импулсите в Рамановото взаимодействие $[P, iS]$ (долен панел).

импулса като

$$\mathbf{U}_Q \approx \begin{bmatrix} \frac{e^{i\alpha}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\pm e^{i\beta}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp \frac{e^{-i\beta}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{e^{-i\alpha}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (6.32)$$

а за Рамановия $[P, S]$ импулс като

$$\mathbf{U}_{[P, iS]} \approx \begin{bmatrix} \frac{e^{i\gamma_1}}{2} & \frac{e^{i\gamma_4}}{\sqrt{2}} & \frac{e^{-i\gamma_3}}{2} \\ \frac{e^{i\gamma_2}}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-ie^{-i\gamma_2}}{\sqrt{2}} \\ \frac{e^{i\gamma_3}}{2} & \frac{ie^{-i\gamma_4}}{\sqrt{2}} & \frac{e^{-i\gamma_1}}{2} \end{bmatrix}, \quad (6.33)$$

където фазите α , β и γ_i ($i = 1, \dots, 4$) са параметри, които отразяват свойствата на симетрия на съответните пропагатори. Като вземем произведението $\mathbf{U} = \mathbf{U}_Q \mathbf{U}_{[P, iS]} \mathbf{U}_Q$, след малко проста алгебра получаваме

$$U_{21} = \frac{1}{2} e^{-i(\gamma_2 + \beta)} [\pm i + e^{2\gamma_2 + \alpha + \beta}]. \quad (6.34)$$

Следователно, намираме, че ако условието

$$2\gamma_2 + \alpha + \beta = \pi/2 \pmod{2\pi} \quad (6.35)$$

е изпълнено, се получава хирално разделяне. Може да се покаже, че чрез използването на КИ последователността (6.31) това условие може да бъде приблизително изпълнено в широк диапазон на отклонение на площта на импулса ϵ . За тази цел трябва да обърнем внимание на реда на импулсите. А именно, трябва да приложим КИ в същия ред, както в (6.31), когато заместваме Q импулсите, и в обратен ред, когато заместваме P и S импулсите в Рамановото взаимодействие $[P, iS]$.

На Фиг. 6.10 илюстрираме трансфера на заселеност, когато се използва този КИ с променлива ротация. Както се вижда от фигурата, точността не е толкова висока, колкото при използване на КИ с постоянна ротация (Фиг. 6.8 и 6.9), но използваме по-малки площи на импулсите и все още имаме много по-добри резултати, отколкото с единични импулси.

Подобни аргументи могат да се използват и за случая Раманов-единичен, където можем да заменим Q импулса с КИ (6.31) (в обратен ред), вместо да използваме КИ с постоянна ротация. Ефективността на този сценарий е показана на Фиг. 6.11. От фигурата можем да видим, че точността на този метод е много по-голяма, отколкото за случая единичен-Раманов-единичен, и дори е сравнима с подхода с постоянна ротация.

Глава 7

Заклучение

Тази дисертация представя изследвания, насочени към развитието на теорията и приложението на техники за квантов контрол. Обединяващата тема е разработването на гъвкави протоколи за контрол, отличаващи се с изключителна точност, устойчивост и експериментална приложимост, с цел решаване на ключови предизвикателства в нововъзникващите квантови технологии. Изследванията обхващат както фундаментални принципи в системи с две нива, така и тяхното разширяване към контрол при много състояния, изследване на нови неермитови парадигми и експериментална валидация на конкретни приложения.

Основни научни приноси и тяхното значение

В дисертацията са разработени и изследвани разнообразни методи за квантов контрол, приложени в различни физични системи. Основните научни приноси са обобщени по-долу.

Фундаментални постижения при системи с две нива: Методът на композитните импулси

В основата на работата е задълбоченото изследване на контрола на квантови системи с две нива чрез мощната техника на композитните импулси.

- Изследването започва с установяването на нов контролен параметър: **дискретен фазов скок**. Чрез извеждане на точно аналитично решение за модел с импулс с формата на хиперболичен секанс, включващ такъв фазов скок, беше демонстрирано, че този единствен параметър може ефективно да управлява квантовата динамика.
- Разработен е общ и систематичен метод за проектиране на композитни импулси с **гладки времеви профили**. Това е ключово предимство, тъй като прави високо-точния контрол, предлаган от композитните импулси, приложим в експерименти с къси и ултракъси лазерни импулси, където резките, правоъгълни форми са физически нереализуеми.
- Създадена е значима иновация – **композитен адиабатен преход (САР)**, хибридна техника, която комбинира устойчивостта на адиабатния преход с прецизността на композитните импулси. САР ефективно потиска неадиабатните грешки с няколко порядъка чрез контролирана интерференция, позволявайки трансфер на заселеност с изключително висока точност, без да изисква прекомерно големи площи на импулсите или дълги времена на взаимодействие.
- Въведен е нов подход за създаване на **ултра-широколентови и ултра-тяснолентови последователности**. Вместо да се търси перфектна точност в една точка, този метод заменя безкрайно малката грешка за значително разширена профил на възбуждане, което е изключително практично за реални приложения, където широката устойчивост е по-ценна от идеалната работа в една точка.
- Фундаменталната работа е завършена с разработването на композитни последователности с произволно висока точност за постигане на всяка предварително избрана **променлива ротация на сферата на Блох**. Предоставени са аналитични формули както за композитните фази, така и за резултантните вероятности за преход, което представлява завършен и мащабируем метод за прецизна подготовка на квантови състояния.

Разширяване на контрола към системи с повече нива и квантови гейтове

Разработените техники са разширени към по-сложни и физически релевантни системи с много нива, с фокус върху приложения в квантовата обработка на информация.

- Хибридният подход е успешно приложен към системи с три нива, което води до създаването на **ком-позитен стимулиран Раманов адиабатен преход (композитен STIRAP)**. Тази техника запазва известната устойчивост на STIRAP, като същевременно драстично повишава неговата точност.
- Създадена е устойчива на грешки реализация на **квантовото отражение на Хаусхолдър** – ключов елемент в много квантови алгоритми, което е значителен принос към изграждането на устойчиви квантови вериги.
- Чрез комбиниране на композитни импулси с трансформациите на Морис-Шор и Майорана е установена систематична рамка за създаване на високо-точни едно-кюбитови гейтове за **Раманови кюбити**. Този унифициран подход е използван за конструиране на устойчиви версии на NOT, Адамар, произволна ротация и фазов гейт.

Експериментална проверка на квантов процесор

Ключов компонент на това изследване е валидирането на теоретичните разработки чрез практическо приложение на свръхпроводникови квантови процесори на IBM.

- Експериментите успешно демонстрираха работата на широколентови, тяснолентови и универсални композитни импулси. В особено показателен тест за кохерентност и контрол, успешно беше приложена тяснолентова последователност, състояща се от **1001 индивидуални импулса**. Отличното съответствие между теория и експеримент потвърждава както ефективността на методите, така и високото качество на съвременния квантов хардуер.

Изследване на нови парадигми за контрол: Неермитов квантов контрол

Дисертацията навлиза и в иновативната територия на неермитовата квантова динамика като инструмент за контрол.

- Въведена е концепцията за **неермитов „дъряк път“ към адиабатност**. Чрез добавяне на специално проектирани, балансиращи членове на усилване и загуба към Хамилтониана на системата, неадиабатните свързвания могат да бъдат напълно елиминирани. Това позволява перфектен трансфер на заселеност с произволно висока скорост, без да са необходими по-силни управляващи полета.
- Методът на неермитовите „преки пътища“ е разширен за създаване на протокол **неермитов STIRAP**, като е предложена и възможна физическа реализация във вълноводна оптика.
- Изведено е точното решение на **псевдоермитовия модел на Ландау-Зенер-Щюкелберг-Майорана**, разкривайки динамичните инварианти, които заместват закона за запазване на вероятността в такива системи.

Ключово приложение: Устойчиво разделяне на хирални молекули

Възможностите на разработения инструментариум са демонстрирани в предизвикателното и важно приложение за разделяне на хирални молекули.

- Проектирани са нови протоколи, базирани на последователности от единични, Раманови и композитни импулси, които използват разликата в знака на едно от диполните свързвания между ляво- и дясно-въртящи енантиомери. Интерферометричният процес, породен от взаимодействията в затворен контур, преобразува тази фундаментална разлика в симетрията в измерими разлики в заселеностите. Версиите с композитни импулси предлагат устойчиво, високо-контрастно разделяне, което проправя път към по-ефективни оптични методи за разпознаване на хирални съединения.

Перспективи за бъдещи изследвания

Резултатите, представени в тази дисертация, отварят няколко обещаващи направления за бъдещи изследвания.

- **Сложни квантови системи:** Разширяване на техниките с композитни импулси (особено CAP и композитен STIRAP) към системи с повече състояния и компоненти.
- **Проектиране на устойчиви дву-кюбитови гейтове:** Ключова бъдеща посока е проектирането на устойчиви дву-кюбитови заплитачи гейтове (напр. CNOT, CPHASE), които са устойчиви на грешки като crosstalk и флуктуации на параметрите.
- **Интеграция в квантови алгоритми:** Изследване на подобрението в ефективността на алгоритми като VQE и QAOA, когато стандартните импулси се заменят с техните композитни аналози.
- **Експериментални реализации:** Тестване на по-сложните протоколи (композитен STIRAP, отражение на Хаусхолдър) на подходящи физични платформи като йони в уловка или неутрални атоми.
- **Приложения на неермитовия контрол:** Развитие на концепцията за неермитови „преки пътища“ чрез прилагането ѝ към други процеси и търсене на нови експериментални реализации.
- **Практическо хирално сортиране:** Практическа експериментална демонстрация на протоколите за хирално разделяне, което би имало значително въздействие в области като фармакологията и материалознанието.

В заключение, тази дисертация систематично разработва и валидира набор от усъвършенствани техники за квантов контрол. Представените решения, които са едновременно високо-точни, устойчиви и адаптивни, допринасят с мощен инструментариум към усилията за овладяване на квантовия свят за създаване на нови технологии.

Библиография

- [1] B. W. Shore. *The Theory of Coherent Atomic Excitation*. Wiley, New York, 1990.
- [2] A. Abraham. *The Principles of Nuclear Magnetism*. Clarendon, Oxford, 1961.
- [3] C. P. Slichter. *Principles of Magnetic Resonance*. Springer, Berlin, 1990.
- [4] M. H. Levitt and R. Freeman. *J. Magn. Reson.*, 33:473, 1979.
- [5] R. Freeman et al. *J. Magn. Reson.*, 38:453, 1980.
- [6] M. H. Levitt. *Prog. NMR Spectrosc.*, 18:61, 1986.
- [7] R. Freeman. *Spin Choreography*. Spektrum, Oxford, 1997.
- [8] M. A. Nielsen and I. L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 1990.
- [9] I. I. Rabi. *Phys. Rev.*, 51:652, 1937.
- [10] L. D. Landau. *Physik Z. Sowjetunion*, 2:46, 1932.
- [11] C. Zener. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, 137:696, 1932.
- [12] E. C. G. Stückelberg. *Helv. Phys. Acta*, 5:369, 1932.
- [13] E. Majorana. *Nuovo Cimento*, 9:43, 1932.
- [14] N. Rosen and C. Zener. *Phys. Rev.*, 40:502, 1932.
- [15] L. Allen and J. H. Eberly. *Optical Resonance and Two-Level Atoms*. Dover, New York, 1987.
- [16] F. T. Hioe. *Phys. Rev. A*, 30:2100, 1984.
- [17] A. Bambini and P. R. Berman. *Phys. Rev. A*, 23:2496, 1981.
- [18] Y. N. Demkov and M. Kunike. *Vestn. Leningr. Univ. Fiz. Khim.*, 16:39, 1969.
- [19] F. T. Hioe and C. E. Carroll. *Phys. Rev. A*, 32:1541, 1985.
- [20] J. Zakrzewski. *Phys. Rev. A*, 32:3748, 1985.
- [21] Y. N. Demkov. *Sov. Phys.-JETP*, 18:138, 1964.
- [22] E. E. Nikitin. *Opt. Spectrosc.*, 13:431, 1962.
- [23] E. E. Nikitin. *Adv. Quantum Chem.*, 5:135, 1970.
- [24] C. E. Carroll and F. T. Hioe. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 19:3579, 1986.
- [25] M. M. T. Loy. *Phys. Rev. Lett.*, 32:814, 1974.
- [26] D. Grischkowsky and M. M. T. Loy. *Phys. Rev. A*, 12:1117, 1975.
- [27] D. Grischkowsky. *Phys. Rev. A*, 14:802, 1976.

- [28] N. V. Vitanov, T. Halfmann, B. W. Shore, and K. Bergmann. *Ann. Rev. Phys. Chem.*, 52:763, 2001.
- [29] A. Erdélyi, W. Magnus, F. Oberhettinger, and F. G. Tricomi. *Higher Transcendental Functions*. McGraw-Hill, New York, 1953.
- [30] N. V. Vitanov. *New J. Phys.*, 9:58, 2007.
- [31] N. V. Vitanov and P. L. Knight. *Opt. Commun.*, 121:31, 1995.
- [32] E. L. Hahn. *Phys. Rev.*, 80:580, 1950.
- [33] R. Tycko. *Phys. Rev. Lett.*, 51:775, 1983.
- [34] R. Tycko et al. *J. Chem. Phys.*, 83:2775, 1985.
- [35] H. M. Cho, R. Tycko, A. Pines, and J. Guckenheimer. *Phys. Rev. Lett.*, 56:1905, 1986.
- [36] S. Wimperis. *J. Magn. Reson.*, 109:221, 1994.
- [37] H. K. Cummins, G. Llewellyn, and J. A. Jones. *Phys. Rev. A*, 67:042308, 2003.
- [38] S. Gulde et al. *Nature*, 421:48, 2003.
- [39] F. Schmidt-Kaler et al. *Nature*, 422:408, 2003.
- [40] M. Riebe et al. *Nature*, 429:734, 2004.
- [41] M. D. Barrett et al. *Nature*, 429:737, 2004.
- [42] H. Häffner et al. *Phys. Rep.*, 469:155, 2008.
- [43] N. Timoney et al. *Phys. Rev. A*, 77:052334, 2008.
- [44] T. Monz, K. Kim, W. Hänsel, M. Riebe, A. S. Villar, P. Schindler, M. Chwalla, M. Hennrich, and R. Blatt. *Phys. Rev. Lett.*, 102:040501, 2009.
- [45] D. Hayes et al. *Phys. Rev. Lett.*, 104:140501, 2010.
- [46] W. C. Campbell et al. *Phys. Rev. Lett.*, 105:090502, 2010.
- [47] M. Wollenhaupt et al. *Annu. Rev. Phys. Chem.*, 56:25, 2005.
- [48] M. Wollenhaupt et al. Chapter 12. In *Springer Handbook of Lasers and Optics*. Springer, 2007.
- [49] N. V. Vitanov and P. L. Knight. *Phys. Rev. A*, 52:2245, 1995.
- [50] K. R. Brown, A. W. Harrow, and I. L. Chuang. *Phys. Rev. A*, 70:052318, 2004.
- [51] N. V. Vitanov and K.-A. Suominen. *Phys. Rev. A*, 59:4580, 1999.
- [52] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *submitted to Phys. Rev. A*.
- [53] N. V. Vitanov and B. M. Garraway. *Phys. Rev. A*, 53:4288, 1996. erratum *ibid* **54**, 5458 (1996).
- [54] G. S. Vasilev and N. V. Vitanov. *J. Chem. Phys.*, 123:174106, 2005.
- [55] E. A. Shapiro et al. *Phys. Rev. Lett.*, 99:033002, 2007.
- [56] S. Zhdanovich et al. *Phys. Rev. Lett.*, 100:103004, 2008.
- [57] E. A. Shapiro et al. *Phys. Rev. A*, 79:023422, 2009.
- [58] S. Zhdanovich et al. *Phys. Rev. A*, 80:063405, 2009.
- [59] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 83:053420, 2011.
- [60] N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 84:065404, 2011.

- [61] E. Kyoseva and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 88:063410, 2013.
- [62] G. T. Genov, D. Schraft, T. Halfmann, and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. Lett.*, 113:043001, 2014.
- [63] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 97:043408, 2018.
- [64] M. H. Levitt. *Prog. NMR Spectrosc.*, 18:61, 1986.
- [65] R. Freeman, S. P. Kempell, and M. H. Levitt. *J. Magn. Reson.*, 38:453, 1980.
- [66] M. H. Levitt. *J. Magn. Reson.*, 48:234, 1982.
- [67] M. H. Levitt and R. R. Ernst. *J. Magn. Res.*, 55:247, 1983.
- [68] V. Gerginov. private communication.
- [69] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle. *Phys. Rev. Lett.*, 78:582, 1997.
- [70] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle. *Science*, 275:637, 1997.
- [71] R. P. Feynman, Jr. F. L. Vernon, and R. W. Hellwarth. *J. Appl. Phys.*, 28:49, 1957.
- [72] N. V. Vitanov and S. Stenholm. *Opt. Commun.*, 127:215, 1996.
- [73] N. V. Vitanov and S. Stenholm. *Phys. Rev. A*, 55:648, 1997.
- [74] N. V. Vitanov and B. W. Shore. *Phys. Rev. A*, 73:053402, 2006.
- [75] B. T. Torosov, S. Guérin, and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. Lett.*, 106:233001, 2011.
- [76] Daniel Schraft, Thomas Halfmann, Genko T. Genov, and Nikolay V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 88:063406, 2013.
- [77] P. A. Ivanov, E. S. Kyoseva, and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 74:022323, 2006.
- [78] E. S. Kyoseva and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 73:023420, 2006.
- [79] J. R. Morris and B. W. Shore. *Phys. Rev. A*, 27:906, 1983.
- [80] A. A. Rangelov, N. V. Vitanov, and B. W. Shore. *Phys. Rev. A*, 74:053402, 2006.
- [81] B. W. Shore. *J. Mod. Opt.*, 61:787, 2014.
- [82] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 90:012341, 2014.
- [83] G. T. Genov, B. T. Torosov, and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 84:063413, 2011.
- [84] J. Randall, A. M. Lawrence, S. C. Webster, S. Weidt, N. V. Vitanov, and W. K. Hensinger. *Phys. Rev. A*, 98:043414, 2018.
- [85] Jens Koch, Terri M. Yu, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. *Phys. Rev. A*, 76:042319, 2007.
- [86] V. Bouchiat, D. Vion, P. Joyez, D. Esteve, and M. H. Devoret. *Physica Scripta*, T76:165, 1998.
- [87] P. Krantz, M. Kjaergaard, F. Yan, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver. *Appl. Phys. Rev.*, 6:021318, 2019.
- [88] Alexandre Blais, Arne L. Grimsmo, S. M. Girvin, and Andreas Wallraff. *Rev. Mod. Phys.*, 93:025005, 2021.
- [89] IBM Quantum. Ibm quantum. <https://quantum-computing.ibm.com/>, 2021.
- [90] T. Alexander, N. Kanazawa, D. J. Egger, L. Capelluto, C. J. Wood, A. Javadi-Abhari, and D. McKay. *Quantum Sci. Technol.*, 5:044006, 2020.
- [91] G. Aleksandrowicz et al. Qiskit: An open-source framework for quantum computing, 2019.

- [92] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 99:013402, 2019.
- [93] B. T. Torosov, S. S. Ivanov, and N. V. Vitanov. *Phys. Rev. A*, 102:013105, 2020.
- [94] G. S. Vasilev and N. V. Vitanov. *J. Chem. Phys.*, 123:174106, 2005.
- [95] E. M. Graefe and H. J. Korsch. *Czech. J. Phys.*, 56:1007, 2006.
- [96] S. A. Reyes, F. A. Olivares, and L. Morales-Molina. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 45:444027, 2012.
- [97] R. Uzdin and N. Moiseyev. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 45:444033, 2012.
- [98] N. Moiseyev. *Phys. Rev. A*, 83:052125, 2011.
- [99] R. El-Ganainy, K. G. Makris, and D. N. Christodoulides. *Phys. Rev. A*, 86:033813, 2012.
- [100] E. M. Graefe, H. J. Korsch, and A. E. Niederle. *Phys. Rev. Lett.*, 101:150408, 2008.
- [101] E.-M. Graefe, H. J. Korsch, and A. E. Niederle. *Phys. Rev. A*, 82:013629, 2010.
- [102] K. Xiao, W. Hai, and J. Liu. *Phys. Rev. A*, 85:013410, 2012.
- [103] F. Dreisow, A. Szameit, M. Heinrich, S. Nolte, A. Tünnermann, M. Ornigotti, and S. Longhi. *Phys. Rev. A*, 79:055802, 2009.
- [104] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore. *Rev. Mod. Phys.*, 70:1003, 1998.
- [105] N. V. Vitanov, M. Fleischhauer, B. W. Shore, and K. Bergmann. *Adv. At., Mol., Opt. Phys.*, 46:55, 2001.
- [106] N. V. Vitanov and B. M. Garraway. *Phys. Rev. A*, 53:4288, 1996.
- [107] A. Bakasov, T.-K. Ha, and M. Quack. *J. Chem. Phys.*, 109:7263, 1998. Err: *J. Chem. Phys.* **110**, 6081 (1999).
- [108] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. to be published.
- [109] Y. Li and C. Bruder. *Phys. Rev. A*, 77:015403, 2008.
- [110] B. T. Torosov and N. V. Vitanov. *arXiv: 2004.12810*, 2020.

Публикации, използвани в дисертацията

Дисертацията е базирана на 15 публикации в международни реферирани списания както следва.

1. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Coherent control of a quantum transition by a phase jump,
Physical Review A **76** (5), 053404 (2007)
2. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Smooth composite pulses for high-fidelity quantum information processing,
Physical Review A **83** (5), 053420 (2011)
3. B. T. Torosov, S. Guerin, and N. V. Vitanov,
High-fidelity adiabatic passage by composite sequences of chirped pulses,
Physical Review Letters **106** (23), 233001 (2011)
4. B. T. Torosov, E. Kyoseva, and N. V. Vitanov,
Composite pulses for ultrabroad-band and ultranarrow-band excitation,
Physical Review A **92** (3), 033406 (2015)
5. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Arbitrarily accurate variable rotations on the Bloch sphere by composite pulse sequences,
Physical Review A **99** (1), 013402 (2019)
6. B. T. Torosov, S. S. Ivanov, and N. V. Vitanov,
Narrowband and passband composite pulses for variable rotations,
Physical Review A **102** (1), 013105 (2020)
7. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Composite stimulated Raman adiabatic passage,
Physical Review A **87** (4), 043418 (2013)
8. B. T. Torosov, E. Kyoseva, and N. V. Vitanov,
Fault-tolerant composite Householder reflection,
Journal of Physics B **48** (13), 135502 (2015)
9. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
High-fidelity composite quantum gates for Raman qubits,
Physical Review Research **2** (4), 043194 (2020)
10. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Experimental demonstration of composite pulses on IBM's quantum computer,
Physical Review Applied **18** (3), 034062 (2022)
11. B. T. Torosov, G. Della Valle, and S. Longhi,
Non-Hermitian shortcut to adiabaticity,
Physical Review A **87** (5), 052502 (2013)
12. B. T. Torosov, G. Della Valle, and S. Longhi,
Non-Hermitian shortcut to stimulated Raman adiabatic passage,
Physical Review A **89** (6), 063412 (2014)
13. B. T. Torosov and N. V. Vitanov,
Pseudo-Hermitian Landau-Zener-Stückelberg-Majorana model,
Physical Review A **96** (1), 013845 (2017)
14. B. T. Torosov, M. Drewsen, and N. V. Vitanov,
Efficient and robust chiral resolution by composite pulses,
Physical Review A **101** (6), 063401 (2020)
15. B. T. Torosov, M. Drewsen, and N. V. Vitanov,
Chiral resolution by composite Raman pulses,
Physical Review Research **2** (4), 043235 (2020)